Education Sciences
ISSN: 1308 7274 (NWSAES)
ID: 2016.11.4.1C0662

Status : Original Study
Received: May 2016
Accepted: October 2016

Hülya Gür,
Balıkesir University, hgur@balikesir.edu.tr, Balıkesir-Turkey
Mevhibe Kobak Demir
Balıkesir University, mevhibekobak@balikesir.edu.tr, Balıkesir-Turkey

http://dx.doi.org/10.12739/NWSA.2016.11.4.1C0662

ÖĞRETMEN ADAYLARININ PARABOL BİLGİSİNİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİ VE BU SÜREÇTE ÖĞRETMENİN ROLÜ: DURUM ÇALIŞMASI

ÖZ

Bu çalışma, öğretmen adaylarının bilgiyi oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolünün incelenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışma, amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak seçilen Marmara Bölgesindeki bir devlet üniversitesi kimya öğretmenliği bölümü birinci sınıfta öğrenim gören 17 öğrenci ve 1 öğretmen ile yürütülmüştür. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasının benimsendiği bu çalışmanın verileri; gözlem, doküman analizi ve konuşma analizi teknikleri ile elde edilmiş, RBC+C teorisi referans alınarak betimsel ve içerik analiz kullanılarak analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinde ön bilgilerinin önemli olduğunu bu nedenle öğretmenlerin ön bilgileri hatırlatıcı etkinliklere yer vermesi gerektiğini göstermektedir. Ayrıca öğretmenin çözüme ulaştırıcı ipuçları vermesi, sınıf içinde tartışma ortamları yaratması, öğrencinin bilgiye ulaşması için yeterli zaman tanıması ve öğrenci katılımını sağlamasının bilgiyi oluşturma sürecini olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.
Anahtar Kelimeler: Bilgiyi Oluşturma Süreci, Soyutlama, RBC+C Teorisi, Öğretmen Rolü, Parabol

THE PRE-SERVICE TEACHERS' PROCESS OF CONSTRUCTING PARABOLA AND THE TEACHER'S ROLE ON THIS PROCESS: A CASE STUDY

ABSTRACT

This study aims to investigate the pre-service teachers' process of constructing the knowledge and the teachers' role on this process. The study was carried out with one teacher and 17 freshman student studying at the chemistry education department in a state university in Marmara Region. The participations were selected by the purposeful sampling method. The case study was adopted and the research data was obtained with observation, document and discourse analysis. The data was analyzed by descriptive and content analysis based on RBC+C theory. The findings indicated that the prior knowledge is important on the students' process of the knowledge and for this reason; the activities reminder the prior knowledge should be included by the teachers. Furthermore, the results shows that the teachers' giving the hints for the solution, creating a discussion environment, giving an enough time to students for constructing the knowledge and providing the students' participation affected the process of constructing knowledge positively.
Keywords: The Process of Constructing Knowledge, Abstraction, RBC+C Theory, Teacher's Role, Parabola

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

İkinci dereceden fonksiyonlar sonraki konuların anlaşılmasında köprü niteliğindedir. Literatürde ikinci dereceden fonksiyonlar konusu ile ilgili yapılan çalışmalarda, öğrencilerin büyük çoğunluğunun öğrenmede bir takım zorluklar yaşamakta oldukları ifade edilmektedir (Eisenberg ve Dreyfus, 1994; Sajka, 2003; Zaslavsky, 1997; Zazkis, Liljedahl ve Gadowsky, 2003). Yapılan çalışmalarda öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyon kavramını açıklamada ve grafiğini çizmede zorlandıkları ve çeşitli hatalar yaptıkları tespit edilmiştir (Sajka, 2003; Türkdoğan, 2006). Bunun yanı sıra ikinci dereceden fonksiyonlar konusunda onuncu sınıf öğrencilerinin zorlandıkları ve öğretmen adayları tarafından da bu konunun zor olarak algılandığı göze çarpmaktadır (Borgen ve Manu, 2002; Kutluca ve Baki, 2009; Tatar, Okur ve Tuna, 2008). Bu zorlukların belirlenmesinde öncelikle öğretmen adaylarının ikinci dereceden fonksiyonlar bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi önem taşımaktadır. Bilgiyi oluşturma/soyutlama süreci doğrudan gözlenebilir bir durum değildir (Dreyfus, 2007).

Literatürde bireylerin bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyen ve teoriler ortaya koyan çalışmalar mevcuttur (Asiala ve diğ., 1996; Dubinsky ve McDonald, 2001; Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus ,2001; Safard, 1991). Bu çalışmalardan biri de sunulan problem çözme sürecinde bilgiyi oluşturma süreçlerini analiz etmeyi amaçlayan RBC teorisidir (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016). RBC 'nin temelinde Davydov'un (1990) bilgiyi oluşturma felsefesi ve Leont'ev'in (1981) Aktivite Teorisi yer almaktadır. Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) geliştirdikleri bu modele tanıma (recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (constructing) epistemik eylemlerinin ilk harflerini kullanarak RBC modeli adını vermişlerdir. Bilginin oluşturulması ve kullanılması ile ilgili olan bu epistemik eylemlerin (Yeşildere, 2006) her biri sözlü ifadeler ve fiziksel eylemlerle gözlenebilir (Dreyfus, 2007; Hershkowitz ve diğ., 2001). Epistemik eylemlerin ilki tanımadır. Genel olarak öğrencinin uğraştığı problemle ilgili önceden yapılandırdığı bilgilerin farkına varıldığı an ortaya çıkar (Schwarz, Dreyfus ve Hershkowitz, 2009). Diğer bir deyişle tanıma, bilinen bir matematiksel yapının farkına varılmasıdır (Bikner-Ahsbahs, 2004). Kullanma, verilen bir hedefe ulaşmak için (Örneğin problemin çözümüne ulaşmak) tanınan bir yapıyı bir araya getirmedir. (Hassan ve Mitchelmore, 2006). Öğrencilerin bir durumu anlama, anlamlandırma, anlatma, bir öneriyi savunma, bir varsayımda bulunma hallerinde ve bir problem çözmeyle karşı karşıya olduklarında gözlenir (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001; Dreyfus, 2007).

Tanımada öğrenci mevcut yapısal bilgisini fark etmekte, kullanmada ise bu bilgisini işe koşmaktadır (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016). Oluşturma, "var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden düzenlemeye gidilerek yeni bir anlam oluşturulması sürecidir" (Bikner-Ahsbahs, 2004:120). Bu eylem; kişinin bir problem durumundaki tanıdığı yapıları, problem çözümünde kullanarak yeni yapılara ulaşmasıdır. Ulaşılan bu yeni yapılar ise, karşılaşılacak olan benzer problem durumlarında tanıma eylemindeki bilinmeyen yapıları ifade edecektir (Katrancı, 2010). Buradan da anlaşılabileceği gibi oluşturma eylemi tanıma ve kullanmadan bağımsız değildir, bu iki eylemi de içerir. Oluşturulan yeni bilgilerin kırılgan bir yapıda olması, yeni bilginin muhafaza edilmesini zorlaştırması nedeniyle edinilen yeni bilgilerin pekiştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Dreyfus (2007)'un pekiştirme (consalidation) epistemik eyleminin de eklemesi ile teori RBC+C halini almıştır. Pekiştirme yapıların birbirleri ile ilişkilendirilmesi, yeni bir yapı oluştururken bu yapıların kullanılması ve üzerlerinde yoğun bir biçimde düşünülmesi halinde gerçekleşebilmektedir (Dreyfus, 2007). Pekiştirme öğrencilerin iyi bildiği matematik konularını çalışırken ortaya çıkabileceği gibi, yeni soyutladıkları bir durumu, kavramı daha ileri bir soyutlama için kullanırken de ortaya çıkabilir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Diğer bir deyişle pekiştirme, bilinen bilgilerin pekiştirilmesi ve yeni öğrenilen bilgilerin pekiştirilmesi olarak iki başlık altında incelenebilir. Yeşildere ve Türnüklü (2008)'ye göre öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin gözlemlenebilir eylemlerle incelenmesi, matematik öğrenmede sorun yaşayan bir öğrencinin hangi bilişsel adımda takıldığını anlamlandırmada yararlıdır. Nitekim öğrenmede yaşanan sıkıntıların giderilmesinde bu sürecin belli bir öğrenme teorisi çerçevesinde derinlemesine incelenmesi, matematik eğitiminde yapılan çalışmalara katkı sağlamaktadır. Bu açıdan RBC+C teorisinin önemi ortaya çıkmaktadır.

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Literatür incelendiğinde RBC/RBC+C teorisinin tanıtılması ve öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin teorinin bileşenleri olan gözlenebilir epistemik eylemler ile incelendiği birçok çalışmaya rastlanmaktadır. Ancak bilgiyi oluşturma/soyutlama sürecinin tüm bileşenleri epistemik eylemlerle sınırlı değildir. Öğrencinin çalıştığı konu, öğretim programı, öğretim için tasarlanmış etkinlikler, öğrencilerin kullanabilecekleri araç gereçler, öğrenci deneyimleri ve ön öğrenmeleri, tarihsel ve kültürel çevre, öğrencinin grup içindeki konumu ve bireysel çalışma alışkanlıklarının her biri bilgiyi oluşturma/soyutlama sürecini etkileyen faktörlerdir (Dreyfus, 2007; Kidron ve Dreyfus, 2010). Ancak bu faktörlerin yanı sıra öğrencilerin soyutlamalarına (bilgiyi oluşturmalarına) imkân tanıyacak öğrenme ortamlarının ve etkinliklerin düzenlenmesinde öğretmenlerin rolü de yadsınamaz. Nitekim Dooley (2012) öğretmen müdahalelerinin sınıftaki bazı öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarına engel teşkil edebileceğinin altını çizmektedir. Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz (2004)'e göre sınıfta etkinlikler sırasında öğretmenin rolü dolaylıdır.

Sınıf içindeki diyaloglar sırasında ise öğretmen bir gözlemcidir ve bilgiyi oluşturma/soyutlama süreci bu diyaloglar yoluyla gözlemlenir. Bu nedenle öğrencinin bilgiyi oluşturma sürecinde öğretmenin bu sürece nasıl rehberlik ettiğini sınıf içi diyalogların aşamaları ile gözlemlemek mümkündür. Özmantar (2004)'a göre ise öğretmen soyutlama sürecinde öğrenci çalışmalarını yönlendirme yaparak, imalarda bulunarak ve etkinliklerdeki değişkenlere odaklanarak desteklemektedir. Ayrıca öğrencilerin yardımsız çabalarla bilgiyi oluşturma/soyutlama süreçleri kolay bir aşama değildir (Sezgin Memnun, 2011). Tüm bu çalışmalardan yola çıkarak öğrencinin bilgiyi oluşturma süreçlerinde öğretmen müdahale ve yönlendirmelerin, seçtiği etkinlik ve yöntemlerin, kullandığı diyalog türlerinin önemi ortaya çıkmaktadır. Ancak yapılan çalışmalarda (Özmantar, 2004; Monaghan ve Özmantar, 2006; Schwarz ve diğ., 2004) bilginin oluşturulması sürecinde destekleyici yani öğretmenin önemi vurgulanmış olsa da bu süreçteki öğretmenin rolünün ne olduğu, öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerine etkisi belirgin bir biçimde ortaya konulmamıştır.

İkinci dereceden fonksiyonlar konusunun lisede öğrenim gören öğrenciler kadar öğretmen adaylarının da zorlandığı bir konu olması (Borgen ve Manu, 2002; Tatar ve diğ., 2008; Kutluca ve Baki,2009), bu öğretmen adaylarının gelecek nesilleri yetiştirirken kendilerinin alan bilgilerinin yeterli olmasının önemi nedeniyle bu çalışmada öğretmen adaylarıyla çalışılmıştır. Çalışmaya katılanların henüz birinci sınıf öğrencisi olması nedeniyle çalışmanın geri kalanında öğretmen adayı yerine öğrenci ifadesi kullanılacaktır. Özellikle hizmet öncesi eğitimdeki bu öğrencilerin konuya ilişkin bilgiyi oluşturma süreçlerinin ve bu süreçte dersi veren öğretmenlerin bu sürece etkilerinin ortaya çıkarılması, yükseköğretimdeki öğrencilerin bilgi eksiklerinin ortaya konulması açısından önem taşımaktadır. Bu bağlamda çalışmada öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin ve bu süreçte öğretmenin rolünün incelenmesi amaçlanmıştır.

3. YÖNTEM (METHOD)

Bu çalışmada öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin ve bu süreçte öğretmen rolünün gerçekçi ve bütüncül olarak ortaya konulması amacıyla derinlemesine betimleme imkanı tanıyan (Yıldırım ve Şimşek, 2008) nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir. Bu çalışma öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolü gibi birkaç özel durumun derinlemesine incelenerek analiz edilmesine imkan tanıması nedeniyle bir durum çalışmasıdır (Creswell, 1998). Çalışmada ikinci dereceden fonksiyonlar konusu içerisinde yer alan parabol konusu ile sınırlıdır. Parabol kimyacılar içinde önemli konulardan biridir. Örneğin, ideal gaz yasasında basınç-hacim ilişkisinin grafiği parabol belirtmektedir. Diğer bir örnek, katot ışınları elektrik alan (veya manyetik alan) içerisinden geçerken parabol çizmeye başlamaktadır. Buna benzer pek çok örnek görülebilir. Bu yönüyle kimya öğretmenliği bölümünde öğrenim gören öğrenciler için de parabol konusunun anlaşılması önem taşımaktadır. Çalışma parabol konusunun kimya öğretmenliği bölümü öğrencileri için önemi göz önüne alınarak Marmara Bölgesindeki bir devlet üniversitesinin Kimya Öğretmenliği bölümü birinci sınıfında öğrenim gören 17 öğrenci ve matematik dersini yürüten bir öğretim elamanı ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin 5'i erkek, 12'si kadındır.

Çalışmada zengin bilgiye sahip olduğu durumların çalışılmasına olanak vermesi bakımından (Patton, 1987) amaçlı örnekleme yöntemleri kullanılmıştır. Çalışmaya katılan öğretim elemanı bulunduğu kurumda 6 yıldır çalışmaktadır. Eğitim Fakültesi matematik öğretmenliği mezunudur ve yüksek lisans eğitimini matematik eğitimi, doktora eğitimini matematik alanında almıştır. Çalışma 04.12.2015-11.12.2015 tarihleri arasında 7 ders saatinde gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın amacı doğrultusunda gözlem öncesi yapılandırılmamış ve gözlemciye bilgi toplamada ve kayıt etmede özgürlük sağlayan bir tür olan yapılandırılmamış gözlem kullanılmıştır (Büyüköztürk ve diğ., 2010). Gözlem verileri, doküman analizi ve söylev analizinden elde edilen verilerle desteklenerek veri çeşitlemesine gidilmiştir. Doküman incelemesi için öğrencilerin ders sırasında tuttukları notların yanı sıra öğretmenin öğretimi sırasında tahtaya yazdığı bilgiler ele alınmıştır.

Öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri RBC+C teorisinde yer alan epistemik eylemler (tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme) referans alınarak incelenmiş ve elde edilen veriler betimsel analiz kullanılarak analiz edilmiştir. Ayrıca kuramsal yapıdan farklı olarak ortaya çıkabilecek önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılarak derinlemesine analize imkan tanıyan içerik analizi de kullanılmıştır. Elde edilen verilerin değerlendirilmesinde araştırmacılar tarafından hazırlanan rubrik kullanılmış, güvenirliği sağlamak amacıyla araştırmacılar arası görüş birliği ve ayrılığına dayalı Miles ve Huberman (1994) güvenirlik formülü:

$$\text{Güvenirlik} = \frac{\text{GörüşBirliği}}{\text{Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı}}$$

ile hesaplanmıştır. Değerlendirmelerin güvenilirlik katsayısı .76 olarak bulunmuştur. Miles-Huberman güvenirlik katsayısının .70'den büyük olması analizlerin güvenilir olduğunu göstermektedir. Bu noktadan hareketle araştırmacıların kodlamalarının güvenilir olduğu söylenebilir. Çalışmada diyalogların daha anlaşılır bir biçimde yorumlanması için bulgular derslere ayrılarak ve öğretmen ve öğrenci diyalogları numaralandırılarak yorumlanmıştır. Örneğin Emrah1 Emrah isimli öğrencinin ilk konuşması, Emrah2 ikinci konuşmasıdır.

4. BULGULAR (FINDINGS)

Çalışmanın bu bölümünde öğrencilerin parabol bilgisini oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolünü tespit amacıyla yapılan gözlemler, doküman ve söylev analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Analizler; öğrencilerin yazılı ve sözlü cevaplarından elde edilen verilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri ışığında gerçekleştirilmiştir. Ayrıca öğretmenin gözlem sırasındaki davranışları ayrıntılı incelenerek sürece etkisi ayrı ayrı açıklanmış ve yorumlanmıştır.

- **Birinci Ders:** Derse günlük konuşma (Nasılsınız sorusu) ile giriş yapan öğretmen, ilk olarak bir önceki derste öğrendikleri fonksiyon konusunu hatırlatıcı sorular sormuştur. Öğrencilere bu derste ikinci dereceden denklemlerin grafikleri konusunu öğreneceklerini ifade ederek hedeften haberdar etmiş ve "$5x^2-7x+1=0$ ve $f(x)= 5x^2-7x+1$ arasında bir fark var mıdır?" sorusunu yöneltmiştir. Bir önceki derste anlatılan fonksiyon ve denklem kavramları arasındaki ilişkiyi ortaya koymaya çalışmıştır. Öğrencilerin kavramlar arasındaki farkları açıklamaları için zaman tanıyarak onların kendilerini ifade etmelerine imkan tanıyan öğretmen, daha sonra kendisi soruyu açıklamıştır. Parabol konusunun öğretimine ilişkin ön bilgilerini hatırlatmak ve bilinen kavramlardan bilinmeyen parabol konusuna geçiş yapmak için "ikinci dereceden fonksiyon neydi? Bir örnek verir misiniz?" sorularını yöneltmiş ve ikinci dereceden fonksiyonu "a, b, $c \in \mathbb{R}$ $a \neq 0$ olmak üzere $f(x)=ax^2+bx+c$ biçimindeki fonksiyonlara ikinci dereceden fonksiyonlar denir." tanımlamıştır.

Birinci derste öğrencilerin konuya ilişkin ön bilgilerini hatırlatmak isteyen öğretmenin öğrencilere kendilerini ifade etmek için fırsat vermesine rağmen daha çok kendisinin aktif olduğu öğretmen merkezli bir eğitimi benimsediği görülmektedir. Öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci diyaloglarının sınırlı oluşu öğrencilerin yeni konuya temel teşkil edecek olan ön bilgilerini oluşturup oluşturmadığının gözlenmesini zorlaştırmıştır.

- **İkinci Ders:** Öğretmen ikinci derse fonksiyonların grafiklerinin nasıl çizildiği hakkında kısa bir açıklama yaparak giriş yapmıştır. İkinci dereceden bir bilinmeyenli $y=x^2$ fonksiyonunu ele alarak basitten karmaşığa bir yol izlediği görülmektedir. Fonksiyonun x ve y için değerlerini gösteren tablosunu çizmiş, bu değerlerin nasıl göstereceklerini (örneğin (1,1) noktası) ifade etmelerini istemiş, daha sonrada bu noktaların koordinat düzlemindeki yerlerini belirlemelerini istemiştir. Öğrenciler, $y=x^2$'nin grafiğini kendileri çizerek parabolü tanımlamıştır. Öğretmen sorunun çözümünde birlikte çalışmaları konusunda yönlendirmemesine rağmen iyi arkadaş oldukları gözlemlenen ve yakın oturan öğrenciler birlikte çalışmaya başlamışlardır. Sınıf içerisinde birlikte çalışan 3 grup oluşmuş, bu gruplardan 4 kız öğrenciden oluşan grup yaptığı işlemlerdeki her adımda öğretmene başvururken, 3 kişilik kız grubu ayrı ayrı çalışmış ancak işlemlerini karşılaştırmak için bir araya gelmiştir. 4 erkek öğrenciden oluşan grubundaki her birey ise aktif bir şekilde sorunun çözümüne katılmış ve parabol bilgisine ulaşmışlardır:

Emrah 1: Bizden grafiği çizmemizi istiyor. Öncelikle bir koordinat sistemi çizeyim. (Bir koordinat sistemi çiziyor. Diğer öğrencilerde aynı işlemi defterlerine yapıyor. Atakan "eksenleri isimlendirmemiz gerekiyor" diyerek arkadaşlarını uyardı ve koordinat sisteminin eksenlerini de isimlendirdi.)

Ceyhun 1: Tamam. Şimdi de hocanın tahtaya yazdığı tabloyu dolduralım. Öğretmenin öğrencilerine sunduğu tablo aşağıdaki gibidir. x'e karşılık y noktalarını bulmaları isteniyor.

X	y
..	…
..	..

Atakan 1: Öncelikle x sıfır olduğunda y sıfır olacak (Bir taraftan da y=x^2'de x yerine sıfır yazıyor. Ceyhun başıyla onayladı)

Emrah 2: Farklı değerler de yazalım x=2 için y=1 olmalı, x=3 için y=9. (işlemleri yaparken bir yandan da tabloyu dolduruyor.

Atakan 2: Tamam da sadece pozitif değerler verdik. Doğru çizerken hatırlarsanız eksi değerler de vardı. Yani x eksenin diğer tarafı için de değer yazalım (Diğerleri hala tabloyu dolduruyor)

Fatih 1: o zaman x'e -1 değerini de verelim. Ne olur? y de -1 oldu

Ceyhun 2: Hayır hayır. Negatif bir sayının karesini alıyoruz. (-1)'in karesi +1. İki defa çarptık negatiflik gitti.

Fatih 2: Pardon yanlış yapmışım anladım. (Atakan ile Emrah bu arada x=-2 ve x=-5 değerlerini fonksiyonda yerine yazıyor)

Emrah 3: Tamam şimdi tablo yeterli bence x'e karşılık y yani (x,y) şeklinde yazacağız. (bir taraftan da tablonun yanın a (0,0); (2,1); (3,9); (-1;1); (-2,4); (-5,25) şeklinde noktaları sıralı ikililer şeklinde yazıyor)

Ceyhun 3: Bu noktaların yerlerini gösterelim.

…

Ceyhun 4: İlk değer x ekseni üzerinde ikincisi ise y ekseni üzerinde. X ten ve y den çizgiler uzatırsam bunların kesim noktasını işaretlemeliyim. (Sıralı ikilileri koordinat sistemi üzerine kolaylıkla yerleştiriyor.)

Atakan 3: Tamam şimdi de birleştirelim.

Fatih 3: Neyi birleştiriyoruz hangisini birbiriyle birleştireceğiz?

Ceyhun 4: x'ler için büyükten küçüğe örneğin önce 3 sonra 2 sonra 0 gibi. (Bütün grup üyeleri kendi çizimlerini tamamlıyor)…

Ceyhun 5: Bu arada daha büyük verilerde var kolların devam etmesi gerekir. (Hepsi Ceyhun'u onaylıyor)

Öğrenciler arasındaki diyaloglar incelendiğinde öğrencilerin birlikte çalışarak diğerlerinin de öğrenmesine imkan tanıdığı söylenebilir. Öğrenciler çözüme ulaşmak için öncelikle analitik düzlem bilgisini tanımışlar ve kullanmışlardır (Emrah1, Ceyhun3). Öğretmenin verdiği tabloyu doldururken Atakan1, Emrah2, Ceyhun2 diyaloglarından da görülebileceği gibi fonksiyon bilgilerini tanıyıp kullanarak başarılı bir şekilde x değerlerine karşılık y değerlerini hesaplamış ve tabloyu doldurmuşlardır. Fatih1 diyalogu Fatih'in negatif sayıların karesinde problem yaşadığını göstermektedir. Ancak Ceyhun'un (Ceyhun2) müdahalesi arkadaşının da yanlışını görmesini ve işlem hatasını düzeltmesine imkan vermiştir. Ceyhun ve Fatih arasında geçen bu diyalog, öğrencilerin birlikte çalışmalarının ön bilgi eksiklerinin giderilmesinde etkili olduğunu göstermektedir. Emrah (Emrah3) noktaların analitik düzlemdeki yerini sıralı ikilileri tanıyıp kullanarak tablodaki değerleri sıralı ikililer şeklinde yazarken Ceyhun (Ceyhun3, Ceyhun4) bu sıralı ikililerin analitik düzlemdeki yerini analitik düzlem bilgisini tanıyıp kullanarak yerleştirmiştir. Elde edilen bulgulardan öğrencilerin analitik düzlem ve fonksiyon bilgilerini tanıyıp doğru bir şekilde kullanarak fonksiyonun grafiğini çizdikleri görülmektedir. Bu durum öğrencilerin analitik düzlem ve fonksiyon bilgisini daha önceden oluşturduklarını göstermektedir.

Öğrenciler bu etkinliği yaparken öğretmen dört kız öğrenciden oluşan ve sürekli ondan yardım isteyenlerle ilgilenmektedir. Soruyla uğraşan öğrencilerin dışındakiler öğretmenin çözümünü beklemektedir. Ancak erkek grubunun yaptığı çalışmalara dayanarak öğretmenin grafiğin çizilmesi için gerekli ön bilgilerini hatırlatması ve çözümü kolaylaştırıcı tablo gösterimiyle öğrencileri yönlendirmesi onların bilgiyi oluşturmalarına imkan tanıdığı söylenebilir. Ayrıca öğretmenin öğrencilere yeterli zaman tanıması ve fırsatlar sunması onların bilgiyi oluşturmalarında etkili olmuştur. Öğrenciler soruları cevapladıktan sonra grafiği nasıl çizdiğini açıklayarak grafiği çizen öğretmen ikinci dereceden fonksiyonların grafiklerine özel olarak parabol denildiğini ifade ederek kavramı tanımlamıştır. Öğrenciler açıklamaları not alırken, öğretmen "Çember nedir?" sorusunu yöneltti.

Öğretmen 1: Matematik tarihini incelediğinizde öncelikle x, y olmadığını çizimler yaptıklarını görürsünüz. Peki çember nedir?

Uğur 1: Bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi (Diğer öğrencilerde başlarıyla cevabı onayladılar)

Öğretmen 2: Evet. Sabit bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi. Peki bu tanım düzlemde geçerli, uzaya taşırsak ne olur?

Esma 1: Küre

Özlem 1: Küre olur tabi ki hocam. Uzayda sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesi de küre gösterir.

Öğretmen 3: Tamam. Şimdide parabolü çizdiğiniz grafikten yola çıkarak tanımlayabilir misiniz? (Öğretmen parabolün geometrik temsili ve cebirsel temsili arasındaki çift yönlü ilişkiyi fark etmelerini istiyor)

Atakan 1: Hocam burada da sabit bir nokta var.

Öğretmen 4: Güzel. Başka?

Atakan 2: Ona uzaklığının eşit olması lazım.

Öğretmen 5: Yeterli mi peki? Çemberde de sabit bir noktaya eşit uzaklıkta noktalar kümesi var.

Özlem 2: Sanki iki farklı mıknatıs var noktaları çekiyor gibi. Birini sabit noktaya koysak demek ki başka noktalarda da başka bir mıknatıs onların sabit nokta etrafında toplanmasını engelliyor.

Öğretmen 6: Aynen. Parabol, düzlemde sabit bir noktaya ve sabit bir doğruya eşit uzaklıkta olan noktaların geometrik yeridir. Bu soruda öğretmen-öğrenci iletişimi daha yoğun olmuş, öğretmenin ipuçları ile öğrencilerinin kendilerini ifade ettikleri görülmüştür. Yukarıdaki diyaloglardan da görüldüğü gibi öğretmen, öğrencilerinin parabolün geometrik temsili ve cebirsel temsili arasındaki çift yönlü ilişkiyi fark etmelerini istemektedir. Amacı doğrultusunda çözüme ulaştırıcı sorularla onların bildiklerinden yola çıkarak bilgiyi oluşturmalarına imkan tanımıştır (Özlem2). Öğretmen, öğretmen1 ve öğretmen2 diyaloglarından görülebileceği gibi çember nedir sorusundan yola çıkarak parabolü analitik olarak incelemek istemektedir. Atakan (Atakan1, Atakan2) odak noktası ve eşit uzaklıktaki noktaları fark etmiştir. Öğretmen (Öğretmen5) sabit nokta ve eşit uzaklıktaki noktaların çember tanımında da olduğunu ifade ederek yeni bir tartışma ortamı oluşturarak öğrencilerin bilgiye ulaşmalarına fırsat vermiştir. Nitekim Özlem2 diyalogu öğrencilerin çember bilgilerini tanıyıp doğru bir şekilde kullanarak parabol bilgisini oluşturduklarını göstermektedir. Öğretmen sınıf içerisindeki bu tartışma ortamından sonra parabolün doğrultmanı ve sabit noktasını çizerek parabolü göstermiştir, ancak doğrultman ve odak noktası olarak özellikle belirtmemiştir.

- **Üçüncü Ders:** Öğretmen parabolün tanımını hatırlatarak derse giriş yapıyor. Geçen ders $y=x^2$ grafiğini çizdiklerini bahsederek bu fonksiyonda a katsayısı 1'di peki "a=2 olursa ne olur?" sorusu ile öğrencileri meraklandırıyor ve bir tartışma ortamı oluşturuyor.

Öğretmen 1: $y=x^2$ de a=1, a=2 olursa ne olur?
(Bir yandan da tahtaya $y=x^2$ 'de a=1; a=2 ? yazıyor)
Ayşin 1: $y=2x^2$ olur.
Fatih 1: Kollar genişler.
Ayşin 2: Hayır daralır
Gülay 1: Açılır.
Azra 1: Daralır.
Atakan 1: Daralır hocam. x'e yine aynı değerleri verelim bu sefer bir de 2 ile çarpılacak y değerleri artacak
(Öğrenciler cevaplarken heyecanlandılar.
Bu tartışmalar yaşanırken öğretmen sadece onları dinliyor birbirleriyle fikir alışverişinde bulunmalarına imkan tanıyor ve cevaplara müdahale etmiyor.)
Öğretmen 2: Neyi daralır ya da açılır açıklar mısınız? Daralır veya açılır ne demek?
Ceyhun 1: Parabolün kolları hocam y de alacağı değerler büyüyor. Haliyle 1'e karşılık 1 değeri vereceğimize şimdi 1'e karşılık 2 değeri vereceğiz. 2'e karşılık 4 yerine 8 gibi.
Öğretmen 3: Tamam peki grafikte bir görelim arkadaşlar.
(Öğretmen öğrencilerle birlikte tahtada x ve y değerlerini içeren tabloyu dolduruyor ve sıralı ikilileri yazarak noktaları çiziyor.)….
Öğretmen 4: Hadi bakalım şimdide grafiği çizelim.
(Öğrencilerde bir yandan çizmeye çalışıyorlar)
Fatih 2: Kollar daralıyormuş.
Öğretmen 5: Kollar ne kadar daralırsa daralsın tamamen kapanmaz ama gözle görünemeyecek kadar daralır.

Öğrenciler ve öğretmenler arasındaki diyaloglar incelendiğinde sınıf içerisinde tartışma ortamlarının yaratılmasının bilgiyi oluşturmaya imkân tanıdığı görülmektedir. Bu durum öğretmenin öğretimlerinde tartışma ortamlarına yer vermesinin öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri olumlu etkilediğini göstermektedir. Nitekim bu örnekte öğrencilerin analitik düzlem, sıralı ikililer ve fonksiyon bilgilerini tanıyıp doğru bir şekilde kullanarak (Atakan1, Ceyhun1) x^2 nin katsayısı büyüdüğünde parabolün kollarının daralacağı bilgisini oluşturmuşlardır. Öğretmen ardından $y=\frac{1}{2}x^2$ olduğunda parabolün hareketini sormuş, öğrenciler kolaylıkla genişleyeceğini söyleyerek öğrendiklerini pekiştirmişlerdir. Öğretmenin sunduğu bir diğer örnek $y=-2x^2$ grafiği ile ilgilidir.

Öğretmen 1: $y=-2x^2$ hakkında ne söyleyebilirsiniz?
Esma: a negatif parabol ters olur.

Öğretmen 2: Ters olur derken?

Özlem: Kollar aşağı bakar.

Yukarıdaki diyalogdan artık bilgilerini pekiştirdiği rahatlıkla görülebilir. Öğretmenin yönelttiği farklı sorular öğrencilerin bilgilerini pekiştirmelerinde etkili olmuştur. Öğretmenin bu derste değindiği diğer bir kavram da tepe noktasıdır. Öğretmen bu kavramı bir parabol çizerek örnek üzerinden açıklamıştır "Bir parabolün tepe noktası parabolün azalmayı bırakıp artmaya başladığı ya da tam tersi azalmayı bırakıp artmaya başladığı noktadır". Tepe noktasının nasıl bulunacağı hakkında her hangi bir bilgi vermezken farklı örnek üzerinde tepe noktasının yerini işaretleyerek göstererek dersi bitirmiştir.

- **Dördüncü Ders:** Öğretmen öncelikle bir önceki derste ne yaptıklarını açıklayarak derse giriş yapmıştır.

Öğretmen 1: Bir önceki derste $y=ax^2$ nin grafiğinde a'nın ü değişimine göre parabolün durumunu inceledik. Peki $y=x^2$ grafiğine c eklersek ne olur?

Özlem 1: Önce 1 ekleyelim $y= x^2+1$

(Diğer öğrenciler sessiz bir şekilde Özlemin çözümünü dinliyor)

…

Özlem 2: Tamam x ve y'leri belirlersek y'ler birer birer artacak.

Öğretmen 2: Evet doğru. Peki grafiğin durumu ne olur?

Özlem 3: O halde y ekseni üzerinde 1 ilerler.

Ceyhun 1: Tepe noktası artık 0'da değil 1'de olacak değil mi?

(Arkadaşları onu onaylıyor.)

Öğretmen 3: Evet Ceyhun. Peki $y=x^2+2$ olsa?

Ceyhun 2: 2 ilerledi hocam

Öğretmen 4: $y= x^2-1$?

Özlem 4: Artık tepe noktası $y=-1$ de.

(Diyaloglar Ceyhun, Özlem ve Öğretmen arasında geçmektedir. Diğer öğrenciler ise sessiz bir şekilde onları dinlemektedir).

Öğretmen ön bilgileri harekete geçirerek yeni konuya giriş yapmış ve sınıfta bir tartışma ortamı oluşturmuştur. Konuşmalar sırasında diğer öğrencilerin anlayıp anlamadığını kontrol etmeyen öğretmen Özlem ve Ceyhun'un doğru cevapları (Özlem2, Özlem3, Ceyhun1, Ceyhun2, Özlem4) vermesinin ardından yapılan tüm işlemleri ve c'nin 1, 2 ve -1 için alabileceği değerlere göre parabolün grafiklerini tahtaya çizerek yapılanları özetlemiştir. Özlem ve Ceyhun'un cevapları incelendiğinde fonksiyon bilgisini (Özlem2, Ceyhun2) ve bir önceki derste öğrendikleri parabolün çizimine (Özlem3) ve tepe noktasına (Ceyhun1, Özlem4) ilişkin bilgileri tanıyıp doğru bir şekilde kullanarak $y=x^2+c$ bilgisini oluşturdukları görülmektedir. Ayrıca $y=x^2+2$ ve $y=x^2-1$ parabolleriyle ilgili sorularda onların bu bilgilerini pekiştirdiklerini göstermektedir. Konuyla ilgili farklı örneklerin de öğrencilere sunulması onların bilgiyi oluşturmalarını kolaylaştırmış ve yeni oluşturulan bilgiyi pekiştirmelerine imkan tanımıştır. Ancak diğer öğrencilerin bilgiyi oluşturup oluşturamadıkları gözlenememiştir. Bu durumda bilgiyi oluşturma süreçlerinin gözlenmesinde sınıf içi diyalogların önemini ortaya koymaktadır.

Öğretmen $y=x^2+c$ tipindeki parabollerin ardından $y=(x-k)^2$ de k'nın değişimine göre parabolün değişimiyle ilgili etkinliklere geçiş yapıyor. Kendisinin daha aktif olduğu bu etkinlikte $y=(x-1)^2$; $y=x^2$; $y=(x+1)^2$; fonksiyonun grafiğini çizmek için x ve her bir fonksiyon için aşağıdaki tabloyu tahtaya yazarak öğrencilerin x'e karşılık elde ettiği y değerlerine bağlı grafiği çiziyor.

x	$y=(x-1)^2$	$y=x^2$	$y=(x+1)^2$
-2			
-1			
0			
1			
2			

Değerlere bağlı olarak parabolleri çizen öğretmen k sayısı büyüdükçe parabolün sola doğru kaydığını ifade ederek yapılanları özetlemiştir. Etkinlik sırasında öğrenciler sadece x'e karşılık gelecek y değerlerini bulurken derse katılmışlar, $y=(x-k)^2$ parabolünün grafiğini çizerken derse katılmamışlar sadece not almışlardır. Öğrenci ve öğretmen arasında etkileşimin sınırlı oluşu ve diyalogların gözlenememesi nedeniyle öğrencilerin bilgiyi oluşturup oluşturamadığı anlaşılamamıştır. Buradan yola çıkarak öğretmenin bilgisini sunduğu, öğrencilerin aktif olmadığı, sınıf içerisinde etkileşim ve diyalogların sınırlı olduğu sınıflarda bilgiyi oluşturma süreçlerinin gözlenmesi güçleştiği söyleneblir. Nitekim Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), matematiksel bilginin oluşturma ve soyutlama sürecinin incelenebilmesi için tanıma, kullanma ve oluşturma gibi epistemik eylemlerin gözlenmesine vurgu yapmıştır. Öğretmen bir sonraki derste öğrenecekleri konuyu açıklayarak dersi bitirmiştir.

- **Beşinci Ders:** Öğretmen derse öğrencileri öğrenecekleri konudan haberdar ederek giriş yapmıştır. Öğrencilerine bir önceki derste ne öğrendiklerini sormuş, öğrencilerin verdiği cevaplar doğrultusunda öncelikle parabolü tekrar tanımlamıştır. $y=ax^2$ ifadesinde a katsayısı ile parabol arasındaki ilişki ile $y= x^2+c$ ve $y=(x-k)^2$ olduğunda parabolün hareketinin ne olacağını örnekler üzerinden tekrar hatırlatmıştır. Bir önceki derste yapılanları hatırlattıktan sonra "$y=x^2$ parabolünü nasıl çizeceğimiz geçen hafta işledik peki $y=ax^2+bx+c$ parabolünün grafiğini nasıl çizeriz?" sorusu ile yeni konuya geçiş yapmıştır.

Öğretmen 1: $y=x^2$ parabolünü nasıl çizeceğimiz geçen hafta işledik peki $y=ax^2+bx+c$ parabolünün grafiğini nasıl çizeriz?
(Öğrenciler cevap için birbirlerine bakmaktadır. Herhangi bir cevap gelmeyince öğretmen diğer soruya geçiyor.)
…

Öğretmen 2: Tamam. Şöyle soralım. Bir doğrunun grafiğini nasıl çiziyoruz? Örneğin $y=x-1$.

Öğretmen öğrencilerin bilgiye ulaşmaları için onlara daha önce öğrendikleri doğrunun grafiği bilgisinden yola çıkıyor:

Esma 1: y'ye ve x'e sıfır değerini vererek iki ayrı nokta buluyoruz.

Öğretmen 3: Evet Esma. Bir parabolü tanımak için şu can alıcı noktalara bakacağız.
(Öğretmen bu cevaptan sonra tahtaya parabolü çizmek için 1) x eksenini kestiği noktalar 2) y eksenini kestiği noktalar, 3) Tepe noktası 4) kolların yönü şeklinde maddeler yazıyor. Öğrenciler sessizce tahtaya yazılanları not alıyor.)
…

Öğretmen3 diyalogundan görülüyor ki öğretmen öğrenciye doğru ipuçlarıyla yaklaşmış ancak Esma'ya bulduğu bu iki noktanın ne olduğunu sorgulatmadan parabolün nasıl çizileceğini maddelemiştir. Nitekim diyaloğun devamında x ve y değerlerine sıfır vermenin ne demek olduğunu aslında bildikleri ve öğretmen açıklamasaydı ve uygun sorular ve ipuçlarıyla yaklaşsaydı öğrencilerin grafiği kendilerinin çizebileceklerini göstermektedir.

Öğretmen 4: Sevgili arkadaşlar, $y=ax^2+bx+c$ bu parabolün x eksenini kestiği noktalar nedir? Bir parabol x eksenini nerde keser?

Özlem 1: y si sıfır olur.

Öğretmen 5: Düşünün olabilir mi acaba? Nasıl ulaşırız bu y'nin sıfır olduğu noktalara? Yani x ekseni kestiği noktalara?

Ceyhun 1: Köklere bakarız.

Ayşe 1: Çarpanlarına ayrılıyorsa sıfıra eşitleyip bulabilir miyiz?

Öğretmen 6: Doğru söylüyorsunuz da bir an için aklımız karışırsa nasıl bir çözüm bulabiliriz. Birinde x'e sıfır veriyorduk birinde y'ye sıfır veriyorduk. Hangisinde hangisine veriyorduk onu tartışalım şimdi

(Şu ana kadar sessiz olan Atakan da tartışmaya dahil oluyor)

Atakan 1: Taslak çizerim üstünden bakarım.

Öğretmen 7: Güzel.

(Öğretmen hemen bir parabol çiziyor ve üzerinden göstermeye başlıyor ve parabolün x ve ye ekseni kestiği noktaları sıralı ikililer şeklinde yazıyor)

….

Öğretmen 8: Parabolün x eksenini kestiği noktalar burasıdır (bir yandan da örnek üzerinde gösteriyor) Bu noktalar nasıl noktalar x ekseni üzerinde. Bu noktaların koordinatlarını yazmaya kalkarsak örneğin x_1, y bileşeni (Esma cevap veriyor 0 dır) sıfırdır. Demek ki x ekseni kestiği noktalar için y yerine sıfırı verilerek bir denklem elde edilir ve bu denklem çözülür.

Ayşin 1: ikincisinde de x'e sıfır veririz.

Öğretmen 9: İkincisinde de y eksenini kestiği noktaya bakıyoruz. Bu nokta nasıl bir nokta y ekseni üzerinde bir noktaysa noktanın ikinci bileşeni y_1 ise x bileşeni (Ceyhun sıfırdır) sıfır çıkar. (Öğretmen bir taraftan da y ekseni üzerindeki noktadan farklı bir kalemle x eksenine doğru çiziyor.) O halde bunu bulmak için de x=0 yazacağız.

Yukarıdaki tartışmadan görülüyor ki öğretmen soru cevap tekniğini etkili bir şekilde kullanarak öğrencileri tartışma ortamına dahil etmiştir. Ceyhun ve Ayşe'nin (Ceyhun1,Ayşe1) çarpanlarına ayırma bilgisini tanıdığı, Atakan'ın "taslak çizerim üstünden bakarım" ifadesiyle koordinat sistemini kastederek analitik düzlem bilgisini tanıdığı görülmektedir.

Nurşen 1: Üçüncüde her ikisine de mi sıfır vereceğiz?

(Önceki derslerde öğretmen tepe noktasından bahsetmesine rağmen nasıl bulunacağı konusunda bilgi vermemişti)

Öğretmen 10: Hayır. Üçüncüde tepe noktası parabolün davranışını değiştirdiği yer. Örneğin artmayı bırakıp azalmaya başladığı yer. Geçen ders fonksiyonlarda artan azalanlıktan bahsetmiştik. Ne demek artmak azalmak x'ler arttığı zaman y'ler de artıyor. x'lerin artması demek sağa doğru gitmesi demek. x'ler sağa doğru giderken grafik üzerinde y'ler aşağı doğru indiği için bu fonksiyon (Atakan hemen cevap veriyor azalıyordur) azalıyordur. Sonra tam da fonksiyonun azalmaktan başlayıp artmaya başladığı yere fonksiyonun tepe noktası diyoruz. (Öğretmen aynı zamanda grafik üzerinde de öğrencilere gösteriyor.). Bu noktanın da iki tane bileşeni var r ve k diyecek olursak $r=\frac{-b}{2a}$ k da $k=\frac{4ac-b^2}{4a}$ ile bulunuyor. Ancak bu formülü ezberlemek çok zor ezberlemek yerine fonksiyonda ne yapıyorduk r'yi f fonksiyonun da yerine yazarak bulabiliriz. k=f(r) yazarsak tepe noktası (r,f(r)) ile buluruz. Dördüncü madde de kolların yönü de a'ya bakarak bulunur.

Öğrenciler ile öğretmen arasında geçen diyaloglar incelendiğinde öğretmenin daha aktif olduğu ilke ve genellemeleri kendisinin verdiği sunuş yoluyla öğrenme stratejini benimsediği bir ders işlediği görülmektedir. Öğrenciler aktif bir şekilde sadece parabolün x ekseni kestiği noktaların nasıl elde edileceği konusunda öğretmenle iletişime geçmişler, öğretmenin doğru yönlendirmeleri ve sorduğu sorularla doğru denklemi ve çarpanlara ayırma konusundaki bilgilerini tanıyıp kullanarak parabolün x eksenini kestiği noktaların nasıl bulunacağına ilişkin bilgilerini oluşturmuşlardır(Ceyhun1, Ayşe1). Ancak diyaloglardan da görülebileceği gibi diğer aşamalarda öğretmenin daha aktif olması ve öğrencilerin süreçte açıklama yapmamaları nedeniyle bilgiyi oluşturup oluşturamadıkları gözlenememiştir. Bu durum bilgiyi oluşturma sürecinde öğrencilere fırsat verilmesi ve düşüncelerini ifade etmelerinin önemini gözler önüne sermektedir. Nitekim elde edilen bulgudan öğretmen merkezli eğitimin benimsendiği bir ders ortamında bilginin oluşturması süreci hakkında bilgi sahibi olmanın güçlüğünü de göstermektedir. Öğretmen parabol çizilebilmesi için yapılması gereken işlemleri hatırlatmasının ardından $y=x^2+4x+3$ parabolünün grafiğini çizmelerini istiyor.

Ayşe 1: a=1 sıfırdan büyük kollar yukarı.

Özlem 1: y=0 yazıp x eksenin kestiği noktaları buluruz.

Rümeysa 1: 3 e 1 diye ayrılıyor. Yani x=3 ve x=1

Özlem 2: y eksenini kestiği noktalar içinde x'i sıfır yapıyoruz. Bu durumda y 3 oluyor.

(Öğrenciler bir yandan da yaptıklarıyla oturdukları yerden uğraşıyorlar)

Atakan 1: Son olarak tepe noktası için r yerine $\frac{-b}{2a}$ yazacağız. O halde r, -2. x yerine -2 yazalım k da -1 oldu.

(Öğretmen öğrenci cevaplarını dinledikten sonra grafiği çizmek için Özlem'i tahtaya çıkarıyor. Özlem grafiği çizerken arkadaşları da bulduğu noktaları ona söylüyor ve Özlem sıralı ikililer şeklinde not aldığı noktanın analitik düzlemdeki yerlerini belirleyerek grafiği başarılı bir şekilde çiziyor.)

Öğrenciler arasında sorunun çözümü için geçen konuşmalardan öğrencilerin a katsayısına göre parabolün kollarını yukarı olacağına ilişkin bilgiyi daha önceden oluşturduğu (Ayşe1) ve grafiği çizmek için bu bilgiyi tanıyıp kullandıkları görülmektedir. Aynı konuşmalardan öğrencilerin ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulmaya ilişkin bilgileri daha önceden oluşturduğu (Özlem1, Rümeysa1, Özlem2) ve grafiği çizmek için bu bilgiyi tanıyıp kullandıkları söylenebilir. Ayrıca Atakan'ın konuşmasından tepe noktasının bulunmasına ilişkin bilgiyi oluşturduğu aşikardır. Atakan fonksiyon bilgisini de tanıyıp kullanarak tepe noktası oluşturmuş ve yeni bir bilgi olan grafiğin çizilmesi bilgisini oluştururken tepe noktasını tanıyıp doğru bir şekilde kullandığı görülmüştür (Atakan1).

Öğretmen öğrencilerine başka bir soru yöneltiyor.

Öğretmen 1: Şimdi $y=3x^2+12x+9$ parabolünü çizelim. Neler yapmamız lazım?

Esma 1: Hocam az önceki ile aynı

Nurşen 1: Evet 3 ile sadeleştirelim.

Öğretmen 2: Uğraşın bakalım biraz.

Öğrenciler arasında sadece birlikte çalışan iki grup var. Nurşen-Esma ve Atakan-Ayşe. Nurşen ile Esma 3 ile sadeleştirerek aynı grafik olacağını ifade ederek bilgilerini sorgulamadan parabolü çizmeye çalışıyor. Atakan ve Ayşe ise aralarında nasıl çizeceklerini konuşurken öğretmen ve sınıftaki diğer öğrenciler Esma ve Nurşen'in çözümünü tartışıyorlar.

Öğretmen 3: Daha hassas bir çizim yapmak istersek sadece eksenleri kestiği noktalar ve tepe noktası değil birkaç nokta daha bularak çizim yapabiliriz. Başka değerlerde verin parabolde.

Esma 2: Tamam hocam y'e sıfır verdim aynı kökleri buluyorum işte. (Sadeleştirilmiş denklemde x yerine sıfır yazıyor) y de 3. Grafiği çiziyorum aynı grafik fark yok.
(Diğer öğrencilerden çözümün yanlış olduğunu ifade etmeye çalışıyorlar)
…

Öğretmen 4: Esma, y=x ile y=3x aynı mıdır?

Esma 3: Tabi ki hayır.

Öğretmen 5: Ama 3'e böldüm bak

Nurşen 2: y'yi 3'e bölersek yanlış buluruz. Örneğin, y=3x de x yerine 2 verdiğimde y 6 iken sadeleştirmeye kalkarsam (2,2) noktasını bulurum. Yanlış yani olmaz.

Esma 3: Biz de yanlış yaptık. y'ye sıfır verdiğimizdeki denklemi kullanmaya devam ettik. Denklem sadeleşmez ki.

Diyaloglardan da görülebileceği gibi öğrenciler öğretmenin birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki ön bilgilerini hatırlatmaları ile kolaylıkla çözümlerindeki yanlışlığı bulmuşlardır(Öğretmen3, Öğretmen4, Öğretmen5). Bu bulgudan görülüyor ki öğrencilerin ön bilgilerinin yetersiz oluşu onların bilgiyi oluşturmalarının önündeki bir engeldir. Ancak bu güçlük öğretmenin ön bilgileri hatırlatıcı soruları sayesinde kolaylıkla aşılabilmektedir. Bu nedenle öğretmenin öğretimleri sırasında öğrencilerin konuya ilişkin ön bilgilerini harekete geçirecek etkinliklere ve sorulara yer vermesi önemlidir. Sınıfta yukarıdaki konuşmalar yaşanırken Atakan ve Ayşe arasında şöyle diyaloglar geçmektedir:

Ayşe 1: Sence nasıl Atakan. Evet y'ye sıfır verice x eksenini kesen noktalar aynı çıkıyor.

Atakan 1: Tamam da x'e sıfır vermek kısacası c'ye bakmak demek ilk soruda c=3 iken şimdi 9. Sadeleştirilirse y ekseni kesen noktaya müdahale etmiş oluruz. Bak birde x=1 noktasını deneyelim.

Ayşe 2: Tamam tepe noktası da farklı çıktı zaten.

Ayşe ve Atakan, sınıftaki diğer öğrenciler ve öğretmenler arasındaki tartışmalar sürerken birlikte çalışarak kolayca bilgilerini pekiştirmişlerdir. Bu durum onların parabolün grafiğini çizme bilgilerini oluşturduklarını göstermektedir. Ayrıca etkinlikte öğrencilerin birlikte çalışması onların bilgiyi pekiştirmelerini olumlu etkilemiştir. Öğretmen parabolün grafiğini tahtada çizerek gerekli açıklamaları yapıyor ve dersi bitiriyor.

- **Altıncı Ders:** Öğretmen derse parabolün günlük hayattaki yerini sorarak giriş yapıyor. Bir önceki derste çizdikleri $y=3x^2+12x+9$ parabolünü tahtaya çizerek bu fonksiyonun grafiğine özel olarak parabol denildiğinden bahsediyor. "Peki parabolün kolları hiç yan yatamaz mı?" sorusunu sorarak öğrencilerin dikkatini derse çekiyor ve sınıf içerisinde bir tartışma ortamı oluşturuyor.

  Gülay 1: Yatmaz.

  Öğretmen 1: Neden?

  Uğur 1: Hiç soru çözmedik.
  (sınıf içinde bir gülüşme oluyor)

  Atakan 1: Hocam o zaman x^2 değil de y^2 li bir şeyler olmaz mı?

  Öğretmen 2: Güzel. Olabilir.

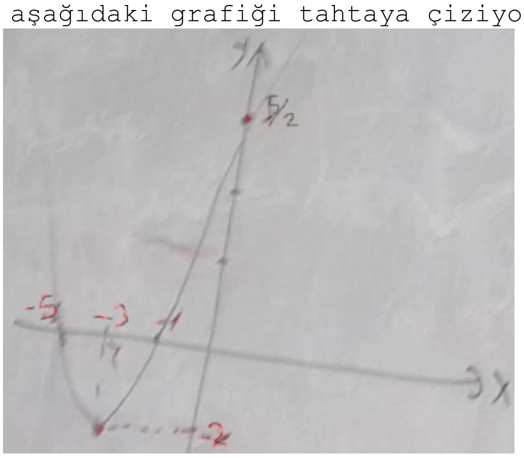
Ceyhun 1: Ama o zaman fonksiyon olmaz ki.

Öğretmen 3: Neden Ceyhun?

Ceyhun 2: Çünkü fonksiyon olabilmesi için her x sadece bir y'ye gitmeliydi.

Öğretmen 4: Doğru. Fonksiyon, A'nın her elemanını B'nin yalnız bir elemanına eşleyen A'dan B'ye bir f bağıntısına denir. Bu ifade (Bir yandan da $x=y^2$ nin grafiğini çiziyor.) bir paraboldür. Ancak fonksiyon değildir. Parabol bu şeklin adıdır.

Parabolün sadece $y=x^2$ değil $x=y^2$ tipinde de olabileceğini düşündürmek isteyen öğretmen, Ceyhun'un fonksiyonun tanımına ilişkin verdiği bilgiyle (Ceyhun2) öğrencilerine onların ön bilgileriyle ilişkilendirerek konuyu sunmuştur. Ceyhun'un cevabına bakarak onun fonksiyon bilgisini daha önceden oluşturduğu söylenebilir. Öğretmen bu diyaloglardan sonra aşağıdaki grafiği tahtaya çiziyor.



Öğretmen 1: Gördüğünüz şeklin denklemini yazabilir misiniz?

Atakan 1: Rahatlıkla yazarız. Noktaları biliyorsak, tepe noktası da verilmişse yazarız.

Uğur 1: Hocam zaten kesim noktalarını da biliyoruz. Örneğin x eksenini kesen noktaları $(x+5)(x+1)$ yapsak y çıkar. Denklem tamam.

Öğretmen 2: Çözümün doğru mu acaba bir kontrol eder misin?

Uğur 2: Tamam x yerine sıfır versem 5/2 elde etmeliyim. Olmadı. Yanlışmış.

Esma 1: Zaten tepe noktasını da sağlamıyor. $x=-3$ verdim. $y=-4$ olur bu durumda.

Nurşen 1: Bir formülü olmalı hocam.

(Diğer öğrenciler de bir yandan soruyla uğraşırken diğer yandan da başlarıyla onayladılar.)

Öğrenciler bu konuşmadan sonra biraz uğraştılar ancak çözüme ulaşamayacaklarını düşüncesiyle öğretmenin formülü vermesini beklediler. Öğretmen denklemi $y=k(x-x_1)(x-x_2)$ formülü ile bulabileceklerini ifade ettikten sonra öğrenciler hemen çözüm için uğraşmaya başladılar.

Ceyhun 1: Şimdi $x_1=-5$ $x_2=-1$ tamam. $y=k(x+5)(x+1)$ k yı nasıl buluruz.

Özlem 1: Bir nokta daha biliyoruz tepe noktası. (-3,-2)

Ceyhun 2: yerine yazalım.

(Ceyhun ve Özlem arasında bu diyalog geçerken diğer öğrencilerde onlara katıldıklarını ifade ederek k yı elde ediyorlar.)

Öğretmen 1: Ne buldunuz arkadaşlar?

Esma 1: $k=\frac{1}{2}$

Özlem 2: Yani denklem y=$\frac{x^2}{2}+3x+\frac{5}{2}$

Öğretmen 2: Çözümünüzü doğru olduğunu nerden biliyorsunuz?

Esma 2: Zaten x i kesen noktalar ve tepe noktası yardımı ile elde ettik.

Özlem 3: y eksenini kesen noktayı bulmak için x yerine sıfır verdim sağlıyor.

Öğretmen bu diyalogdan sonra Özlemden yaptığı işlemleri tahtada yapmasını ve arkadaşlarıyla paylaşmasını istemiş, Özlem'in çözümünden sonra kendisi de yapılanları özetlemiştir. Diyalogdan anlaşılabileceği gibi Ceyhun kökleri kesen noktaları bulurken ikinci dereceden denklemler bilgisini tanıyıp kullanırken, aynı zamanda analitik düzlem bilgisi yardımıyla eksenleri kesen noktaları belirleyebilmiştir (Ceyhun1). Benzer şekilde Özlem'de (Özlem1) koordinat sistemini doğru bir şekilde yorumlayarak bu bilgisini tanıyıp doğru bir şekilde kullanmış ve tepe noktasını ifade etmiştir. Ceyhun2 ve Esma1 diyaloglarına bakılırsa fonksiyon bilgisini de daha önceden oluşturduğu söylenebilir. Oluşturdukları bu bilgiyi tanıyıp kullanarak denklemde yer alan k değerini elde etmişlerdir. Diyaloglardan öğrencilerin tepe noktası ve grafiğin çizimine ilişkin bilgilerini oluşturmuş olmalarına rağmen bu bilgilerini grafiği verilmiş bir parabolün denklemini yazma bilgisi oluşturma sürecinde tanıyıp kullansalar da bilgiyi oluşturup oluşturmadığı gözlenememiştir. Bu durumun sebebi öğretmenin bilgiye ulaşmalarına fırsat vermeden öğrencilere sunmasından kaynaklanmış olabilir. Nitekim öğretmenin sunduğu bilgi/formül dışında farklı bir çözüm yolu ile grafiği verilen parabolün denklemini yazmaya çalışan Atakan kendi çabası ile bilgiyi oluşturmayı başarmıştır. Araştırmacı ile Atakan arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Araştırmacı 1: Denklemi nasıl oluşturdun Atakan anlatır mısın?

Atakan 1: Hocam formüle gerek yok ki

Araştırmacı 2: Neden?

Atakan 2: Parabolün ifadesini biliyorum. y=ax^2+bx+c

Araştırmacı 3: Tamam?

Atakan 3: Tepe noktasını zaten biliyorum. $\frac{-b}{2a}$=-3 O halde b=6a. a=1 b=6 o zaman.

Araştırmacı 4: a=2 b=12 olamaz mı?

(Atakan biraz düşünüyor)

…

Atakan'ın a ve b değerlerinin birden fazla değeri olabileceğini düşünmesi için ipucu veren araştırmacı, müdahale etmeden onun düşünmesine fırsat vermiş ve Atakan kısa süre içerisinde hatasını fark ederek çözüme devam etmiştir:

Atakan 4: Olabilir tabi. O zaman a=k, b=6k yazayım.

Araştırmacı 5: Tamam olabilir. Bundan sonra ne yapacaksın?

Atakan 5: Şimdi y=ax^2+bx+c de c zaten y eksenini kesen nokta. Grafikten c'nin $\frac{5}{2}$ olduğunu biliyorum. y=ax^2+bx+$\frac{5}{2}$

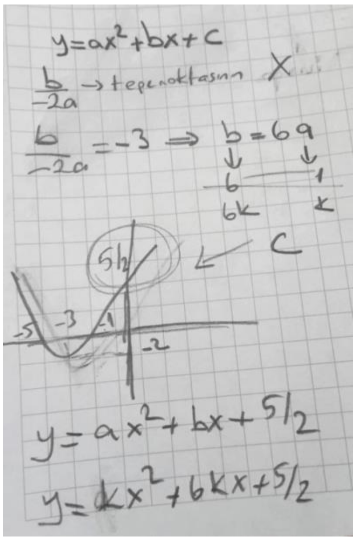
Araştırmacı 6: Tamam güzel. Birçok bilinmeyen oldu.

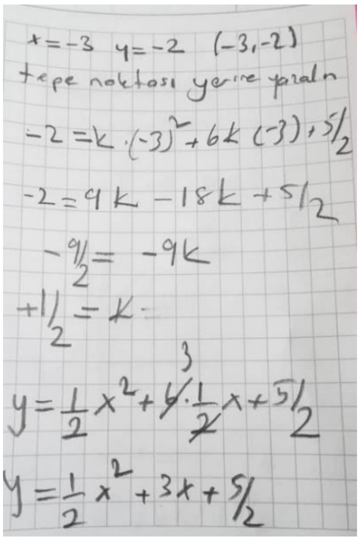
Atakan 6: Olsun hocam a ve b'yi k cinsinden yazabilirim. y=kx^2+6kx+$\frac{5}{2}$ artık

Araştırmacı 7: Şimdi ne yapman gerek.

Atakan 7: Tepe noktasını kullanarak k'yı elde edebilirim. x=-3 yazdığımda y=-2 olmalı. K=$\frac{1}{2}$ oldu. Denklem y=$\frac{1}{2}$ x^2+6$\frac{1}{2}$x+$\frac{5}{2}$'den y=$\frac{1}{2}$ x^2+3x+$\frac{5}{2}$

Atakan, diğer öğrencilerin dışında kendisi farklı bir yol deneyerek denkleme ulaşmıştır. Öğrenci b ve a arasındaki ilişkiyi belirlerken oran orantı (Atakan3, Atakan4), c değerini bulmak için bir fonksiyonun grafiğini yorumlama ve eksenleri kesen noktalar (Atakan5) ve k'yı elde etmek için tepe noktası (atakan7) bilgisini tanıyıp doğru bir şekilde kullanarak parabol denkleminin kurulmasına ilişkin bilgisini oluşturduğu görülmüştür. Atakan'ın cevabı incelendiğinde bir bilginin oluşturulması sürecinde ön bilgilerin yeterli olmasının önemli olduğu söylenebilir. Nitekim yaptığı hataya ilişkin öğrenciyi çözüme yönelten ve hatasını bulmasına fırsat veren yönlendirmeler onun bilgiyi oluşturmasına imkan tanımıştır. Öğretmen her öğrenciyle birebir ilgilenmediği için Atakan'ın çözümünü fark edememiştir. Öğrencinin araştırmacı tarafından çözümünü arkadaşları ve öğretmeni ile paylaşması konusunda cesaretlendirilmesiyle Atakan bir sonraki sorunun çözümünde yaptığı işlemleri tahtada yaparak açıklamıştır. Atakan'ın çözümü aşağıdaki gibidir:





Öğretmenin parabolün denklemini oluşturma ile ilgili sorduğu bir diğer soru grafiği verilen $y=x^2-4x-12$ parabolünün denklemini elde etmedir. Bu soruda öğrenciler öğretmenin bir önceki soruda verdiği formüle göre kolaylıkla denklemi elde ederken öğretmen, yapılanları açıklayarak denklemin nasıl bulunduğunu anlatmıştır. Öğretmenin anlatımının ardından Atakan çözümünü paylaşmak istemiş, denklemi bir önceki soruda oluşturduğu bilgisi yardımıyla başarılı bir şekilde oluşturmuş ve bilgisini pekiştirmiştir.

- **Yedinci Ders:** Öğretmen derse "simetri nedir? Parabol simetrik midir?" sorusu ile giriş yaparak öğrencilerin dikkatini derse çekmiş ve yeni öğrenilecek konuya merak uyandırmıştır.

Öğretmen 1: Simetri nedir?
Esma 1: Bir şeklin bir doğruya eşit uzaklıktaki görüntüsü
Öğretmen 2: Parabol simetrik midir?
Ayşin 1: Tepe noktasından simetriktir. Şekli kağıt katlar gibi tepe noktasından katlarsak birbiri üzerine gelir.

Konuşmadan da görülebileceği gibi öğretmen konuya giriş yaparken öncelikle onların konuya ilişkin ön bilgileri harekete geçirmek amaçlı bir soru sormuş, konuya dikkatlerini çekmiştir. Esma'nın simetri kavramını tanımlamasının ardından Ayşin kolaylıkla parabolün tepe noktasından simetrik olacağını ifade etmiştir. Öğretmen öğrencilerin cevaplarından sonra onlara aşağıdaki soruyu yöneltmiştir.

Öğretmen 1: $f(x)=x^2-(2m+4)x+m^2$ parabolü x eksenine teğet ise m kaçtır?

Nurşen 1: y'si sıfırdır.

Ayşe 1: x'i sıfırdır.

Azra 1: Hayır y'si sıfır tabi ki teğet ya. (Bir yandan da parmağıyla havada çizim yapıyor)

Ceyhun 1: Teğet olduğuna göre x ekseninde x'in tek değeri var demek. Eğer değer tek ise tek olan bir tane değer olabilir o da tepe noktası bir tanedir başka da yok.

Azra 2: Bu değer tepe noktası olmalı $\frac{-b}{2a}$ yı bulup sıfıra eşitlersem sonuca ulaşırım.

(Şuana kadar öğretmen öğrencilerin cevaplarını müdahale etmeden dinlemektedir)

…

Öğretmen 2: Başka bir yolu daha var mıdır? İkinci dereceden bir denklemin hangi durumlarda 1 tane kökü olur?

Ayşin 1: Çift katlı kök olursa

Özlem 1: Deltası sıfıra eşit olacak.

Diyaloglardan da görülebileceği gibi öğrenciler ilk çözüme tepe noktasına ilişkin bilgilerini (Ceyhun1,Azra2) tanıyıp kullanarak ulaşabilmişlerdir. Yani bilgiyi oluşturmuşlardır. Bu durum onların tepe noktasına ilişkin bilgilerini daha önceden oluşturduklarını göstermektedir. İkinci çözüm için ise öğretmenin ikinci bir çözüm yolunun olabileceğini sezdirmesi ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerden ulaşabilecekleri konusundaki yönlendirmeleriyle (Öğretmen2) öğrenciler gerçek köklerin varlığını diskriminantın işaretine göre incelemeye ilişkin bilgilerini (Ayşin1, Özlem1) tanıyıp kullanarak farklı bir çözüme ulaşmışlardır. Bulgular öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarında farklı çözüm yollarının hissettirilmesinin önemli olduğunu göstermektedir. Öğretmen, öğrencilerin bir fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümelerine ilişkin ön bilgilerine sahip olmalarını gerektiren aşağıdaki soruyu yöneltmiştir:

Öğretmen 1: $f(x)=-x^2+4x+(m+1)$ fonksiyonunun görüntü kümesinin en büyük elemanı 3 ise m kaçtır? Görüntü kümesi nedir?

Ayşin 1: f de x koyduğunda görüntü kümesi elde edilir.

Esma 1: y'lerden oluştur.

Öğretmen 2: Değer kümesi neydi?

Esma 2: O da y'lerden oluşuyor.

Öğretmen 3: Yani görüntü ve değer kümesi aynıdır mı demek istiyorsun?

Esma 3: Galiba.

Özlem 1: Görüntü kümesi değer kümesini altında

Öğretmen 4: Evet Özlem. $f:A \rightarrow B$ iken B değer kümesi. A daki x elamanlarını fonksiyonda yerine yazdığımızda elde ettiğimiz y'lerin kümesi görüntü kümesidir. Şimdi soruya bakalım.

Özlem 2: Bu parabolün kolları aşağıya bakıyor. O zaman tepe noktası en büyük eleman.

Esma 4: x yerine 3 yazarsak buluruz o zaman

Atakan 1: Hayır tepe noktasında k=3

Öğretmen 5: Evet Atakan. Sonra ne yapacağız?

Atakan 2: Önce r'yi bulalım.

(Atakan r'yi hesaplıyor. Diğer öğrenciler de bir yandan çözümle ilgileniyor.)

…

Atakan 3: r=2 şimdi x yerine 2 yazıp 3'e eşitleyeceğiz.

Ceyhun 1: $\frac{4ac-b^2}{4a}$ ya 3 desek de olur.

Öğretmen öncelikle öğrencilerin fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümelerine ilişkin ön bilgilerini hatırlatıcı sorular yöneltmiştir (Öğretmen2, Öğretmen3). Sınıf içi tartışma ortamı yaratan öğretmen, yönlendirmeler dışında öğrencilerin cevaplarına müdahale etmemiştir. Öğrenciler birbirlerinden yardım alarak tepe noktasına ilişkin bilgilerini (Özlem2, Atakan1, Atakan2, Atakan3, Ceyhun1) tanıyıp doğru bir şekilde kullanmışlar ve çözüme ulaşmışlardır. Bu örnekte de açık bir şekilde görülüyor ki, öğrencilerin ön bilgilerini kullanarak cevaplayacağı farklı örnekler onların bilgiyi pekiştirmesinde etkili olmaktadır. Soruyu sınıfta bir kez daha açıklayarak kendisi çözen öğretmen dersi bitirmiştir.

5. SONUÇ VE TARTIŞMA (CONCLUSION AND DISCUSSION)

Bu çalışmada öğrencilerin parabol bilgisini oluşturma süreçleri ve bu süreçte öğretmenin rolünü incelemek amaçlanmıştır. Amaç doğrultusunda öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri RBC+C teorisi referans alınarak, öğretmenin bu süreçteki rolü içerik ve betimsel analiz sonucu ortaya çıkan temalarla değerlendirilmiştir. Var olan durumu derinlemesine incelemenin amaç edindiği çalışmada elde edilen bulgular herhangi bir gruba genellenmemiştir. Çalışma kapsamında elde edilen sonuçlar, öğrencilerin, parabol, tepe noktası, simetri ekseni, parabolün grafiğini çizme, grafiği verilen bir parabolün denklemini yazma bilgilerini kısmen oluşturabildiklerini göstermektedir. Öğrenme ortamında diğer öğrenciler ve öğretmenle iletişim halinde bulunan öğrencilerin bilgiyi oluşturabildikleri tespit edilirken derse aktif katılmayan öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri hakkında bilgi edinilememiştir. Bu sonuç Dreyfus (2007)'nin çalışmaları ile örtüşmektedir.

Dreyfus (2007) bilgiyi oluşturma süreçlerinin doğrudan gözlenebilir bir süreç olmadığını ifade etmektedir. İkinci dersteki Fatih1 ve Ceyhun2 diyalogları, birlikte çalışmanın sadece bilgiyi oluştururken değil aynı zamanda bilgi eksikliklerinin giderilmesinde ve hataların düzeltilmesinde de etkili olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin parabolün ne olduğu bilgisini oluştururken çember bilgilerini tanıyıp kullandıkları (Özlem2, ikinci ders) ve bilgi oluşturdukları gözlenmiştir. Öğrencinin bilgiyi oluşturmasında ön bilgilerinin yeterli olmasının yanı sıra öğretmenin kendilerini ifade etmelerine imkan tanıyan tartışma ortamları oluşturması ve ön bilgilerinden hareketle öğrencinin bilgiye ulaşmasını sağlayan amaçlı ve doğru sorular seçmiş olması da etkili olmuştur. Çalışmaya katılan öğretmen çember konusundan yola çıkarak yeni bilgiye geçiş yapmıştır. Ancak her öğretmen bu konuda farklı bir stratejisine sahip olabilir. Burada önemli olan nokta öğrencilerin iyi bildikleri konulardan hareket edilmesidir. Bilgiyi oluşturmanın temelinde daha önceden öğrenmiş olduğu (ön) bilgileri tanıyıp doğru bir şekilde kullanarak bilgiyi oluşturmaları yer almaktadır. Nitekim Kaplan ve Açıl (2015), tanıma eylemini bilgiyi oluşturma sürecinin temel yapı taşı olarak ifade etmektedir.

$y=x^2$ parabolün çizimine ilişkin bilgilerini, analitik düzlem ve fonksiyon bilgilerini tanıyıp kullanarak oluşturan öğrencilerin öğretmenin $y=2x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=-2x^2$ çizimine ilişkin yönelttiği sorularla yeni oluşturduğu bilgilerini pekiştirdikleri görülmüştür. Benzer şekilde öğrencilerin $y=x^2$ bilgisinden yola çıkarak öğretmenin yönelttiği $y=x^2+1$, $y=x^2-1$, $y=x^2+2$ soruları ile $y=x^2+c$ bilgisini oluşturdukları gözlenmiştir. Bu sonuç öğretmenin yönelttiği farklı soruların öğrencilerin bilgilerini pekiştirmelerinde etkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca ön koşul bilgilerinin önemini de ortaya koyan bu sonuçtan yola çıkarak öğrenilmeden geçilen her bir bilginin sonraki konuların öğrenilmesine engel teşkil edileceği söylenebilir.

$y=(x-k)^2$, $y=ax^2+bx+c$ parabolünün grafiğinin çizimi, grafiği verilen parabol denklemi bilgileri ile tepe noktası bilgisinin öğretiminde öğrenci ve öğretmen arasında etkileşimin sınırlı oluşu ve diyalogların gözlenememesi nedeniyle öğrencilerin bilgiyi oluşturup oluşturamadığı anlaşılamamıştır. Öğretmenin bilgisini sunduğu, öğrencilerin aktif olmadığı, etkileşim ve diyalogların sınırlı olduğu sınıflarda bilgiyi oluşturma süreçlerinin gözlenmesi güçleşmektedir. Nitekim Hershkowitz ve diğ. (2001), matematiksel bilginin oluşturma ve soyutlama sürecinin incelenebilmesi için tanıma, kullanma ve oluşturma gibi epistemik eylemlerin gözlenmesine vurgu yapmıştır. Buna rağmen Atakan öğretmenin sunduğu bilginin haricinde kendi ön bilgilerini (tepe noktası, fonksiyon, oran orantı) kullanarak ve araştırmacının çözümü düşündürmeye yönelik sorularıyla denklemi ifade etme bilgisini oluşturmuştur (altıncı ders, Atakan 1-7). Bu bulgu öğretmen bilgiyi sunmasaydı da öğrencinin kendi ön bilgileri ve araştırmacı/arkadaş/öğretmenin verdiği ipuçları dahilinde bilgiye ulaşabileceğinin göstergesidir. Atakan'ın bu soruda parabolün tepe noktasını tanıyıp doğru bir şekilde kullanarak yeni bilginin oluşturulmasında kullanması, tepe noktası bilginin Atakan tarafından oluşturulduğunu ve yeni bilginin oluşturulmasında kullanırken pekiştirildiğini göstermektedir. Parabolün tepe noktası bilgisinin öğretmen tarafından sunulması ve öğrencilerin aktif olmaması bu bilginin oluşturulup oluşturulmadığı RBC+C teorisi ile değerlendirilememiştir. Ancak öğrencinin yeni bilgiyi oluştururken tepe noktası bilgisini tanıyıp kullanması, onun bu bilgiyi daha önceden oluşturduğunu gözler önüne sermektedir. Bu açıdan bakıldığında öğrencilerin aktif katılmadığı ve sınıf içi iletişimin sınırlı olduğu ortamlarda RBC+C teorisi bilgiyi oluşturma süreçlerini açıklamakta zorlanmaktadır.

Sonuç olarak; tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri birbirinden bağımsız değildir. Bu sonuç, Altun ve Durmaz (2013); Altun ve Yılmaz (2008), Dreyfus (2007), Hershkowitz ve diğ. (2001), Monaghan ve Özmantar (2006), Özmantar (2004) Yeşildere ve Türnüklü (2008) gibi pek çok çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Tanıma bilgiyi oluşturma sürecinin temelidir. Birey bilgi oluşturma sürecinde öncelikle kendisinde var olan ön bilgileri tanımakta bu bilgileri kullanarak (bir araya getirerek) yeni bilgiyi oluşturmaktadır. Bu çalışmada da Mitchelmore ve White (2004)'ın bilgiyi oluşturma sürecine ilişkin ifade ettikleri "matematiksel nesneleri özelliklerine göre ilişkilendirmek ve daha ileri bir matematiksel nesneye ulaşmak" tanımına uygun olarak öğrenciler, ön bilgilerden hareketle yeni bilgiler oluşturulmuştur. Bu nedenle nasıl ki her bireyin ön bilgilerinin farklıdır, oluşturdukları bilgi ve bu bilgiyi oluşturma süreçleri de birbirinden farklı olacaktır. Ön şartlılık ilişkisi matematik öğretiminin temel ilkelerinden biridir. Matematiğin ardışık ve yığılmalı bir bilim olması nedeniyle bir kavramın ön şartı durumundaki diğer kavramlar kazandırılmadan tam olarak verilememektedir (Altun, 2014).

Dreyfus (2007)'e göre bilgiyi oluşturma sürecini etkileyen faktörlerden biri de öğrencinin ön öğrenmeleridir. Bu nedenle öğretmen her bireyle birebir ilgilenmeli onların bilgi eksikliklerine, bilgiyi nasıl oluşturduğuna ve bu süreçte nerelerde hata yaptığına odaklanmalıdır. Öğretimlerinde ön bilgileri hatırlatıcı etkinliklere yer vermesi öğrencilerin bilgilerini hatırlamasını kolaylaştırarak bilginin oluşturulmasını kolaylaştıracaktır. Ayrıca öğretmenlerin çözüme ulaştırıcı ipuçları vermesi ve sınıf içinde tartışma ortamları yaratması bilgiyi oluşturma sürecini olumlu yönde etkilemektedir. Çalışmada elde edilen bu sonuç Özmantar (2004)'un "öğretmenin öğrenci çalışmalarını yönlendirme yaparak, imalarda bulunarak ve etkinliklerdeki değişkenlere odaklanarak desteklemektedir" ifadesini doğrulamaktadır. Öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinde öğretmene düşen görevlerden biri de öğrencilere etkinliklerle uğraşırken bilgiye ulaşmaları için yeterli zaman tanımaktır. Ön bilgileri yeterli olduğunda ve yeterli zaman tanındığında öğrenciler bilgiye kendilerinin ulaşabileceği çalışmanın sonuçları arasındadır. Öğrenciler derse katılmadıklarında ve sınıfta öğretmenle veya arkadaşlarıyla iletişime geçmediklerinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi güçleşmektedir. Oysa öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarının yanı sıra ön bilgilerindeki eksiklerinin de kapatılmasında öğrenci katılımı sağlanmalıdır. Bu anlamda öğretmene önemli görevler düşmektedir. Nitekim Sezgin Memnun (2011)'a göre öğrencilerin yardımsız çabalarla bilgiyi oluşturma/soyutlamaları kolay bir aşama değildir.

6. ÖNERİLER (RECOMMENDATIONS)

Bu çalışmada kimya öğretmenliği bölümünde öğrenim gören öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Benzer bir çalışmanın parabol konusunun anlatıldığı lise 10. Sınıfta öğrenim gören öğrencilerle gerçekleştirilmesi araştırmacılar için yeni bir uygulama konusu olabilir. Çalışma yapılırken derse aktif katılmayan öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri değerlendirilememiştir. Bu anlamda bu tarz öğrencilerle öğretimlerden sonra görüşmeler yapılması onların bilgiyi nasıl oluşturdukları ve anlamlandırmakta zorlandıkları noktaların ortaya koyulması bakımından önem taşımaktadır. Öğretmenlerin gözlenerek bu süreçteki rolü incelenmeye çalışılmıştır. Öğretmenlerin görüşleri alınıp gözlem verileri desteklenirse öğretmenlerin bilgiyi oluşturma süreçlerindeki rolü derinlemesine incelenebilir.

NOT (NOTICE)

Bu çalışma ikinci yazarın doktora çalışmasının bir bölümüdür.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Altun, M. ve Yılmaz, A., (2008). Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 41(2), 237-271.
- Altun M. ve Durmaz, B., (2013). Doğrusal İlişki Bilgisini Oluşturma Süreci Üzerine Bir Durum Çalışması, Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 26(2), 423-438.
- Altun, M., (2014). Liselerde matematik öğretimi (6. Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Asiala, M., Brown, A., Devries, D.J., Dubinsky, E., Mathews, D., and Thomas, K., (1996). A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education, Retrieved on June 21,2016, from http://www.math.wisc.edu/~wilson/Courses/Math903/APOS-Overview.pdf
- Bikner-Ahsbahs, A., (2004). Towards the Emergence of Constructing mathematical Meanings. In M.J. Hoines and A. B. Fuglestad (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Pychology of Mathematics Education, (Vol:2, pp:119-126). Bergen, Norway: International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME).
- Borgen, K.L. and Manu, S.S., (2002). What do Students Really Understand?. Journal of mathematical Behavior, 21, 151-165.
- Büyüköztürk, Ş., vd., (2010). Bilimsel Araştırma Yöntemleri (6. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Creswell, J.W., (1998). Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing among Five Traditions. Sage Publications: Thousand Oaks.

- Davydov, V.V., (1990). Types of Generalization in Instruction: logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricul. In J. Kilpatrick (Ed.) & J. Teller (Trans.), Soviet Studies in Mathematics Education, Vol:2, pp:2-223, NCTM.
- Dooley, T., (2012). Constructing and Consolidating Mathematical Entities in the context of Whole-class Discussion. In J. Dindyal, L.P. Cheng & S.F. Ng (Eds.), Mathematics Education: Expanding Horizons (Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia). Singapore: MERGA.
- Dreyfus, T. and Tsamir, P., (2004). Ben’s Consolidation of Knowledge Structures about Infinite Sets. Journal of Mathematical Behavior, 23(3), 271-300.
- Dreyfus, T., (2007). Processes of Abstraction in context the Nested Epistemic Actions Model. Retrieved on November 12, 2014 from http://cresmet.asu.edu/news/i2/dreyfus.pdf.
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R., and Schwarz, B., (2001). Abstraction in Context II: the Case of Peer Interaction. Cognitive Science Quarterly, 1(3), 307-368.
- Dubinsky, E. and McDonald, M.A., (2001). APOS: A Constructivist Theoy of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In D. Holton (Ed.), The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICME Study (pp:275-282). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Eisenberg, T. and Dreyfus, T., (1994). On Understanding how Students Learn to Visualize Functions and Transformations. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld & J. Kaput (Eds.), Research in Collegiate Mathematics I:4, 45-68). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Hassan, I. and Mitchelmore, M., (2006). The Role of Abstraction in Learning about Rates of Change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.) Identities, Cultures and Learning Spaces (Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol:1, pp:278-285). Adelaide, the United States of America: MERGA.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B., and Dreyfus, T., (2001). Abstraction in Contexts: epistemic actions. Journal for Research in Mathematics Education, 32(2), 195-222.
- Kaplan, A. ve Açıl, E., (2015). Ortaokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Eşitsizlik Konusundaki Bilgi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi, Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi, 10(1), 130-153.
- Katrancı, Y., (2010). Olasılığın Temel Kuralları Bilgisinin Yapılandırmacı Kurama Göre Oluşturulması Sürecinin İncelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Kidron, I. and Dreyfus, T., (2010). Justification Enlightenment and Combining Constructions of Knowledge. Educational Studies in Mathematics, 74(1), 75-93.
- Kutluca, T. ve Baki, A., (2009). 10. Sınıf Matematik Dersinde Zorlanılan Konular Hakkında Öğrencilerin, Öğretmen Adaylarının Ve Öğretmenlerin Görüşlerinin İncelenmesi, Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi, 17(2), 616- 632.
- Leont’ev, A.N., (1981). The Problem of Activity in Psychology, in J.V. Wertsch (ed. And Trans.), The Concept of Activity in Soviet Psychology, pp.37–71, M.E. Sharpe, Armonk, NY.
- Miles, M.B. and Huberman, A.M., (1994). Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook (2nd Edition). Calif: SAGE Publications.

- Monaghan, J. and Özmantar, M.F., (2006). Abstraction and Consolidation. Educational Studies in Mathematics, 62:233–258.
- Özmantar, M.F., (2004). Scaffolding, Abstraction, and Emergent Goals. In O. McNamara (Eds.), Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 24(2). Retrieved on November 16, 2014 from http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip24-2/BSRLM-IP-24-2-14.pdf.
- Patton, M.Q., (1987) How to Use Gualitative Methods in Evaluation. California: Sage Publications, Inc.
- Sajka, M., (2003). A Secondary School Student's Understanding of the Concept of Function-a Case Study. Educational Studies in Mathematics, 53, 229-254
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., and Hershkowitz, R., (2004). Teacher Guidance of Knowledge Construction. Proceedings of the 28th Conference of The International Group For The Psychology of Mathematics Education, 4, 169-176.
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., and Hershkowitz, R., (2004). Teacher Guidance of Knowledge Construction. Proceedings of the 28th Conference of The International Group For The Psychology of Mathematics Education, 4, 169-176.
- Sezgin Memnun, D., (2011). İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Analitik Geometrinin Koordinat Sistemi ve Doğru Denklemi Kavramlarını Oluşturması Süreçlerinin İncelenmesi. Yayımlanmamış doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Sfard, A., (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. Educational Studies in Mathematics, 22, 1-36.
- Tatar, E., Okur, M. ve Tuna, A., (2008). Ortaöğretim Matematiğinde Öğrenme Güçlüklerinin Saptanmasına Yönelik Bir Çalışma. Kastamonu Eğitim Dergisi, 16(2), 507-516
- Türkdoğan, A., (2006). BDMÖ Yoluyla Sınıf Öğretmeni Adaylarının Denklemler Ve Grafikleri Konusundaki Öğrenme Ürünlerinin İncelenmesi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon: Türkiye
- Yeşildere İmre, S. ve Türnüklü, E., (2016). RBC Soyutlama Teorisi (Ed. Bingölbali E., Arslan S. Ve Zembat İ.Ö, Matematik Eğitiminde Teoriler, ss:459-479. Ankara: Pegem Akademi
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E.B., (2008). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 21(2), 485-510.
- Yeşildere, S., (2006). Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6., 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H., (2008). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri, (7. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zaslavsky, O., (1997). Conceptual Obstacles in the Learning of Guadratic Functions, Focus on Learning Problems in Mathematics, 19(1), 20-45.
- Zazkis, R., Liljedahl, P., and Gadowsky, K., (2003). Conceptions of Function Translation: Obstacles, Intuitions and Rerouting, Journal of Mathematical Behavior, 22(4), 437-450.