ISSN:1306-3111
e-Journal of New World Sciences Academy
2011, Volume: 6, Number: 2, Article Number: 3A0032

PHYSICAL SCIENCES
Received: November 2010
Accepted: February 2011
Series : 3A
ISSN : 1308-7304
© 2010 www.newwsa.com

Sinan Saraçlı
Afyon Kocatepe University
ssaracli@aku.edu.tr
Afyon-Turkey

TİP II REGRESYON TEKNİKLERİNİN MONTE-CARLO SİMÜLASYONU İLE KARŞILAŞTIRILMASI

ÖZET

Bu çalışmada bağımsız değişken ya da değişkenlerin de ölçüm hatası içermesi durumunda söz konusu olan Tip II regresyon teknikleri incelenmiştir. Tip II regresyon teknikleri klasik regresyon varsayımlarının sağlanmadığı durumlarda daha etkili sonuçlar veren tekniklerdir. Metot karşılaştırma çalışmaları içerisinde de sıkça kullanılan bu regresyon teknikleri hesaplamada birbirlerinden farklılıklar göstermektedir. Çalışmada MATLAB 7.02 paket programı kullanılarak Monte-Carlo simülasyonu ile üretilen normal dağılmış, aykırı değer içeren ve içermeyen, farklı büyüklükteki veri setleri için incelenen Tip II regresyon tekniklerinin performansları, HKT (Hata Kareler Ortalaması) ve parametre tahminleri yardımıyla incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Regresyon Analizi, Tip II Regresyon, Ölçüm Hatası, Monte-Carlo Simülasyonu, Metot Karşılaştırma

COMPARISON OF TYPE II REGRESSION TECHNIQUES VIA MONTE-CARLO SIMULATION

ABSTRACT

In this study Type II regression techniques, when there is some measurement error for the independent variables, are examined. Type II regression techniques are the techniques which give more efficient results when the assumptions of classical regression are not met. These regression techniques which frequently use in method comparison studies, differ from each other by their calculations. In the study, using MATLAB 7.02 software, for normal distributed, either including outliers or not, in different sample sizes data sets simulated via Monte Carlo simulation are used to see the performances of Type II regression techniques by MSE (Mean Square Error) and parameter estimates are examined.

Keywords: Regression Analysis, Type II Regression, Measurement Error, Monte-Carlo Simulation, Method Comparison

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

En Küçük Kareler (EKK) tekniğinin varsayımları, özellikle deneysel çalışmalar söz konusu olduğunda sağlanamamakta ve amaca uygun olmamaktadır. Bu gibi durumlarda daha sağlıklı sonuçlar verebilecek alternatif regresyon tekniklerini kullanmak daha doğrudur. Bağımlı ve bağımsız değişkendeki ölçüm hatalarını aynı anda dikkate alarak çözümlemeye giden regresyon teknikleri, Tip II regresyon modelleri olarak ifade edilmektedir [1].

İki teknik ile yapılan ölçüm sonuçlarından birincisi Y, ikincisi ise X ölçümleri olarak düşünüldüğünde, klasik regresyon teknikleri doğasından dolayı X tekniği ile yapılan ölçümlerin hata içermediğini, mevcut hatanın Y tekniğindeki gözlemlerden kaynaklandığını varsayacağı için, X tekniği ile yapılan ölçümlerde meydana gelebilecek hatalar dikkate alınmayacak ve dolayısıyla yanlış sonuçlara ulaşılacaktır. Her iki ölçüm tekniğindeki hataları da dikkate alan ve literatürde Tip II Regresyon Teknikleri olarak adlandırılan tekniklere başvurmak, daha gerçekçi sonuçlar elde edilmesine olanak verecektir.

Tip II regresyon modelleri, doğrusal ve doğrusal olmayan regresyon modelleri olarak kendi içerisinde iki gruba ayrılmaktadır. Bu çalışmada doğrusal regresyon modelleri incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda çalışmada ele alınan Tip II regresyon Teknikleri şunlardır; EKK-Açıortay, Ortogonal (OR, Majör Eksen, MA), İndirgenmiş Majör Eksen (RMA), Deming, Optimal-Deming, Passing-Bablok, York ve Optimal York Regresyon Tekniği.

Tip II regresyon teknikleri klinik bilimlerdeki metot karşılaştırma çalışmalarında da oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Klinik bilimlerde genellikle bir niceliğin tahmini diğer bir nicelik tarafından elde edilir. Çok az sayıda klinik ölçüm, ihmal edilebilir hatayla elde edilir. Bu durumda x bağımsız değişkeninin ölçüm hatası içermemesi çok nadir durumlarda söz konusudur [2].

Klinik metot ile ölçülen değerler, gerçek değerler (X_i) ve gözlem değerleri (x_i) olarak ayrılmaktadır. Tip II regresyon tekniklerinin tamamında gözlem değerleri (x_i, y_i), gerçek değerlerden (X_i, Y_i), Eşitlik 1'de görüldüğü üzere ε ve δ miktarlarında hatalı olarak ölçülmüşlerdir [3].

$$x_i = X_i + \varepsilon_i \qquad (1)$$
$$y_i = Y_i + \delta_i$$

Birçok istatistikçi, Tip II regresyon analizi yöntemi için çeşitli teknikler önermiştir. Genel olarak gözlem değerlerinin elde edilen regresyon denklemine dik ya da hata miktarına bağlı olarak hesaplanan uzaklıklarının alınması sonucunda her iki değişkendeki hataları da dikkate alma mantığına dayanan bu teknikler, Ortogonal Regresyon, Deming Regresyon, York Regresyon teknikleri ve bunların çeşitli koşullar altında türetilmiş halleridir. Regresyon parametrelerini tahmin etmedeki hesaplanışları bakımından Ortogonal Regresyon Tekniği; Majör Eksen ve İndirgenmiş Majör Eksen olmak üzere ikiye, Deming Regresyon Tekniği; Deming, Optimal Deming ve Ağırlıklandırılmış Deming olmak üzere üçe, York Regresyon Tekniği ise York ve Optimal York Regresyon Tekniği olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Passing-Bablok Regresyon Tekniği ise EKK Tekniğine alternatif olan ve parametrik olmayan diğer bir regresyon tekniğidir.

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Bağımlı ve bağımsız değişkenin aynı anda ölçüm hatası içermesi durumunda EKK (En Küçük Kareler) mantığı ile çözümlemeye giden regresyon teknikleri için ilgili varsayımlar sağlanamadığından bu hataları eş zamanlı olarak çözümlemeye giden Tip II regresyon tekniklerinin önemi vurgulanmaya çalışılmış ve 6 farklı Tip II regresyon tekniğinin performansları yapılan bir simülasyon çalışması ile incelenmiştir.

3. DENEYSEL YÖNTEM (EXPERIMENTAL METHOD)

3.1. EKK-Açıortay Tekniği (OLS-Bisector Technique)

Tip II regresyon tekniklerinden biri olan EKK-Açıortay tekniği, gözlem noktalarının tahmin edilen regresyon doğrusuna olan uzaklığını, EKK(Y|X) doğrusu ile EKK(X|Y) regresyon doğrusunun açıortayını dikkate alarak minimize etmeye çalışır. EKK(X|Y) regresyon doğrusunun tersinin alınması birçok tartışmalara rağmen kullanılmamıştır. Ancak literatürde EKK-Açıortay doğrusunun eksikliği hakkında hiçbir çalışmaya rastlanmamıştır [4].

Bu teknik ile hesaplanacak eğim katsayısı Eşitlik 2 yardımı ile hesaplanır.

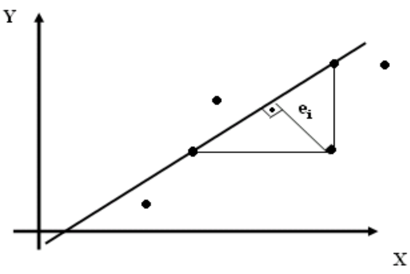
$$\hat{\beta}_1 = \left(\hat{\beta}_{1(X|Y)} + \hat{\beta}_{1(Y|X)}\right)^{-1}\left[\hat{\beta}_{1(X|Y)}\hat{\beta}_{1(Y|X)} - 1 + \sqrt{\left(1+\hat{\beta}^2_{1(X|Y)}\right)\left(1+\hat{\beta}^2_{1(Y|X)}\right)}\right] \quad (2)$$

Burada $\hat{\beta}_{1(Y|X)}$, klasik regresyon tekniğinde X'in bağımsız değişken olarak ele alınması sonucu hesaplanan EKK (Y|X) regresyon denkleminin eğim katsayısı, $\hat{\beta}_{1(X|Y)}$ ise yine aynı şekilde Y'nin bağımsız değişken olarak ele alınması sonucunda hesaplanan EKK (X|Y) regresyon denkleminin eğim katsayısıdır.

3.2. Majör Eksen Tekniği (Major Axis Technique)

Majör Eksen regresyon tekniği geometrik olarak, durağanlığın (inertia) minimum momenti olduğu için ve eksen rotasyonlarına karşı sabit kaldığı için oldukça cazip bir tekniktir. Bu teknik, oranlar ya da logaritmik dönüşümler sonucunda elde edilmiş ölçeksiz değişkenler söz konusu olduğunda uygun bir tekniktir [4].

MA Regresyon Tekniğinde minimize edilmeye çalışılan hata, Şekil 1'den de görüleceği üzere, gözlem değerlerinin tahmin edilen regresyon doğrusuna olan dik uzaklıklarına ilişkindir. MA tekniği literatürde Ortogonal teknik olarak da geçmektedir.



Şekil 1. MA tekniğinde minimize edilmeye çalışılan hata
(Figure 1. The Error which is trying to be minimized in MA technique)

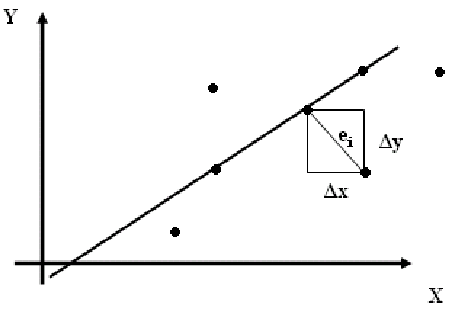
Majör Eksen regresyon tekniği yardımı ile tahmin edilmek istenilen regresyon doğrusu için eğim katsayısı Eşitlik 3 yardımı ile hesaplanır.

$$\hat{\beta}_1 = \frac{1}{2}\left[\left(\hat{\beta}_{1(Y|X)} - \hat{\beta}_{1(X|Y)}^{-1}\right) + Sign\left(S_{xy}\right)\sqrt{4 + \left(\hat{\beta}_{1(Y|X)} - \hat{\beta}_{1(X|Y)}^{-1}\right)^2}\right] \quad (3)$$

3.3. İndirgenmiş Majör Eksen Tekniği (Reduced Major Axis Technique)

İstatistikçiler tarafından "Uyarlanmış Majör Eksen" olarak isimlendirilen bu teknik, Strömberg tarafından 1940 yılında, Kermack ve Haldane tarafından 1950 yılında birbirinden bağımsız olarak önerilen EKK(Y|X) ve EKK(X|Y) tekniklerinden elde edilen eğim katsayılarının geometrik ortalaması temeline dayanır [4].

RMA Regresyon Tekniğinde minimize edilmeye çalışılan hata, Şekil 2'den de görüldüğü gibi dikey ve yatay yöndeki uzaklıkların geometrik ortalaması şeklindedir.



Şekil 2. RMA tekniğinde minimize edilmeye çalışılan hata
(Figure 2. The error which is trying to be minimized in RMA technique)

RMA Tekniği ile tahmin edilmek istenilen regresyon doğrusu için eğim katsayısı Eşitlik 4 yardımı ile hesaplanır.

$$\hat{\beta}_1 = Sign(S_{xy})\left(\hat{\beta}_{1(X|Y)}\hat{\beta}_{1(Y|X)}\right)^{1/2} \qquad (4)$$

3.4. Deming Regresyon Tekniği (Deming Regression Technique)

Adını ünlü Alman kaliteci W. Edwards Deming'den alan bu tekniğin temelleri, Deming'in 1943 yılında yazdığı "Statistical Adjustmant of Data" isimli kitabında, En Küçük Kareler metodundaki problemi ele alması ve eksikliklerini belirtmesi ile atılmıştır. Bu teknik X ve Y'den hangisinin bağımlı değişken olarak alınacağının bilinmediği durumlarda, her iki değişkendeki hataların da dikkate alınması gerektiğini vurgulaması üzerine geliştirilmiştir [1].

Klinik çalışmalarda son yıllarda oldukça önerilen bir teknik olan Deming regresyon, Tip II parametrik regresyon tekniği olarak da bilinmekte ve standartlaştırılmış temel bileşenler analizine benzemektedir [5].

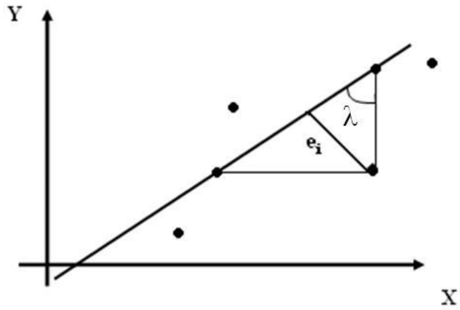
Deming tekniği ile regresyon doğrusunu kestirmek için X ve Y metotlarının kareli analitik standart sapmalarının oranı olan λ değerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu değer Eşitlik 5.'te görüldüğü gibi hesaplanır.

$$\lambda = \frac{S_{ex}^2}{S_{ey}^2} \qquad (5)$$

Hesaplanan bu λ değeri, kareli sapma toplamlarını doğru üzerinde minimize ederek açıyı belirlemeye olanak sağlar.

Deming regresyon analizinde, gözlem değerlerinin regresyon doğrusuna λ açısıyla olan uzaklığının karesi minimize edilmeye çalışılır [6]. Lamda değeri 1'e eşit olduğunda gözlem noktasının doğruya olan dik uzaklığı söz konusu olmakta ve bu durumda gözlem değerlerinden regresyon doğrusuna çizilen dikey ve yatay uzaklıklar sonucunda oluşan üçgen ikizkenar dik üçgen olmakta bu da Deming regresyon sonuçlarının ortogonal regresyon tekniği ile aynı olduğu anlamına gelmektedir.

Deming'in probleme yaklaşımı X ve Y değişkenlerindeki hataların kareler toplamını eş zamanlı olarak minimize etmektir. Şekil 3.'de gösterildiği gibi regresyon doğrusuna dikey uzaklıkların kareler toplamı minimize edilir [7]. Burada minimize edilmek istenilen hata α alçısına bağlıdır.



Şekil 3. Deming tekniğinde minimize edilmeye çalışılan hata
(Figure 3. The Error which is trying to be minimized in Deming technique)

Daha sonra birçok bilim adamı tarafından üzerinde çalışılmış ve çeşitli düzenlemeler yapılmış olan Deming tekniğinde tahmin edilmek istenilen regresyon denklemine ait eğim katsayısı, Eşitlik 7, bu eşitlikte yer alan u, p ve q ifadeleri ise Eşitlik 6'daki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} u &= \sum (x_i - \bar{x})^2 \\ q &= \sum (y_i - \bar{y})^2 \\ p &= \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \end{aligned} \tag{6}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{(\lambda q - u) + \sqrt{(u - \lambda q)^2 + 4\lambda p^2}}{2\lambda p} \tag{7}$$

3.5. Passing-Bablok Regresyon Tekniği (Passing-Bablok Regression Technique)

Bu teknik de diğer Tip II Regresyon tekniklerinde olduğu gibi hem X hem de Y'deki ölçüm hatalarını dikkate alır. Bu teknik hem sabit hem de oransal sistematik hataların olduğu durumlarda uygulanabilir. Ancak bu metot diğer parametrik metotlar kadar etkili değildir [8].

Tip I regresyon tekniklerine diğer bir alternatif olan Passing-Bablok regresyon tekniğinde, veri dağılımına ilişkin hiçbir özel varsayımı olmayan doğrusal bir regresyon modeli öne sürülmüştür. Bu parametrik olmayan teknik, gözlemleri sıralama temeline dayanır ancak bu durumda hesaplamalar uzun zaman almaktadır. Bu teknikte test metodu ile referans metodu verilerinin (Y ve X) bağımsız olduğu varsayılır [9].

Bu teknikte $\hat{\beta}_0$ ve $\hat{\beta}_1$ katsayıları parametrik olmayan esasa göre tahmin edilir ve hataların dağılımının normale uyma gerekliliği yoktur.

Passing-Bablok regresyon tekniğine göre elde edilmek istenilen regresyon denklemine ilişkin eğim katsayısı ve sabit katsayıyı hesaplarken Eşitlikler 8-13'den yararlanılır [10].

$$b_{ij} = \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} \qquad 1 \le i < j \le n \tag{8}$$

bu ifade genel olarak;

$$b_{ij} = \frac{Y_i - Y_j + \delta_i - \delta_j}{X_i - X_j + \varepsilon_i - \varepsilon_j} \tag{9}$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i \quad \text{ve} \quad d_{ij} = \left(X_i - X_j\right) \tag{10}$$

olduğundan,

$$b_{ij} = \frac{bd_{ij} + \left(\delta_i - \delta_j\right)}{d_{ij} + \left(\varepsilon_i - \varepsilon_j\right)} = b\frac{d_{ij} + \frac{\left(\delta_i - \delta_j\right)}{b}}{d_{ij} + \frac{\left(\varepsilon_i - \varepsilon_j\right)}{b}} \tag{11}$$

$$b = b\frac{d_{ij} + z_{ij}}{d_{ij} + z'_{ij}} \tag{12}$$

olacaktır. Sonuç olarak;

$$\hat{\beta}_1 = \begin{cases} b_{\left(\frac{N+1}{2}+K\right)} & \text{N cift ise} \\ \frac{1}{2}\left(b_{\left(\frac{N}{2}+K\right)} + b_{\left(\frac{N}{2}+1+K\right)}\right) & \text{N tek ise} \end{cases} \quad \text{dir.} \tag{13}$$

Burada K, $b_{ij}<-1$ olan b_{ij} değer sayısıdır.

Bu teknik yardımı ile elde edilecek regresyon denklemine ilişkin sabit terim ise Eşitlik 14'te görüldüğü gibi elde edilir [10].

$$\hat{\beta}_0 = med\{y_i - \beta_1 x_i\} \tag{14}$$

3.6. York Regresyon Tekniği (York Regression Technique)

Yaygın olarak kullanılan birçok teknik (EKK(Y|X), EKK(X|Y), Ortogonal, Uyarlanmış Majör Eksen ve Deming gibi) York'un genel çözümünün özel bir halidir. Bu tekniklerde, York tekniğinde yer verilen ağırlıklar ya da korelasyon katsayısının bazılarına yer verilmemiş ya da çeşitli uyarlamalar yapılmıştır [11].

İteratif bir hesaplama gerektiren York regresyonunun eğim katsayısı Eşitlik 15'de görüldüğü gibi hesaplanır.

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i \beta_i \left(y_i - \bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n} W_i \beta_i \left(x_i - \bar{x}\right)} \tag{15}$$

Bu eşitlikte yer alan W_i değerleri Eşitlik 16, βi değerleri ise Eşitlik 17 yardımı ile hesaplanır.

$$W_i = \frac{w(x_i)w(y_i)}{w(x_i) + b^2 w(y_i) - 2br_i\sqrt{w(x_i)w(y_i)}} \tag{16}$$

$$\beta_i = W_i\left[\frac{x_i - \bar{x}}{w(y_i)} + \frac{b(y_i - \bar{y})}{w(x_i)} - \left(b(x_i - \bar{x}) + (y_i - \bar{y})\right)\frac{r_i}{\sqrt{w(x_i)w(y_i)}}\right] \tag{17}$$

Yukarıdaki denklemlerde yer alan ağırlıklar ($w(x_i)$ ve $w(y_i)$) York Regresyonda standart olarak 1, gözlem değerlerinin hataları arasındaki korelasyon katsayısı olan r_i değeri ise 0 olarak alınır.

Eşitlik 17'de yer alan ilgili ortalamalar Eşitlik 18'te gösterildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i} \quad \text{ve} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i} \tag{18}$$

Yukarıda verilen Passing-Bablok Tekniğinin dışındaki diğer tüm teknikler için sabit terim katsayısı ($\hat{\beta}_0$) Eşitlik 19'daki gibi hesaplanır.

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \tag{19}$$

4. UYGULAMA (APPLICATION)

4.1. Simülasyon Aracılığı ile Veri Türetilmesi (Creating Data Via Simulation)

Monte-Carlo simülasyonu ile X ve Y değişkenlerine ait terimler ve bu değişkenlere ilişkin hata terimleri Eşitlik 20'de görüldüğü üzere, MATLAB 7.02 paket programı yardımı ile ortalaması 0 standart sapması 1 olan normal dağılımdan elde edilmiştir.

$$X_i = N \sim (0,1) \tag{20}$$

Aykırı değerler için veri seti Dixon'un "Aykırı Değer Modeli" aracılığı ile elde edilmiştir (bkz. [12]). Bu modelde, Eşitlik 21'de görüldüğü üzere, simülasyon yardımı ile üretilecek olan N birimlik veri setinin N-r kadarı istenilen özelliklere uygun değerlerden, r kadarı ise aykırı değerlerden oluşmaktadır. Bu çalışmada aykırı değer içeren veri seti oluşturulurken, veri setinin %5'i aykırı verilerden (ortalaması daha yüksek olan), %95'i ise istenilen özellikteki verilerden oluşmaktadır.

$$(N-r) \sim N(0,1) + r \sim N(0,5)$$
$$r = [0,5+0,1*N] \tag{21}$$

Ele alınan örneklemler için simülasyon aracılığı ile yapılan tekrarlar; N=[100000/n] alınarak yapılmıştır. Yapılan bu simülasyonlar için kurulan modele ilişkin Hata Kareler Ortalaması (HKO) değeri, Eşitlik 22'de gösterildiği gibi hesaplanmıştır. Eşitlik 22'de yer alan n değeri gözlem sayısına karşılık gelirken, k parametre sayısını ifade etmektedir ve bu çalışmada bir bağımlı bir bağımsız değişken söz konusu olduğundan bu değer 2'dir.

$$HKO = \frac{\sum \left(Y_t - (\beta_0 + \beta_1 X_t)\right)^2}{n-k} \tag{22}$$

Tüm regresyon denklemleri için gerçek model Eşitlik 23'te görüldüğü gibi kurulmuştur. Burada β_0=0 ve β_1=1 olduğundan dolayı en iyi regresyon tekniğinin belirlenmesinde en küçük HKO değerine sahip tekniğin en iyi teknik olduğundan başka, $\hat{\beta}_0$'ı 0'a ve $\hat{\beta}_1$'i 1'e en yakın olan tekniğin en iyi teknik olduğu da söylenebilir. Eşitlik 23'te yer alan Y_t ve X_t ifadeleri, eşitlik 20'de yer alan Y_i ve X_i'ler yardımı ile hesaplanırken, U_i değerleri rassal olarak üretilmiş hata miktarını ifade etmektedir. Bağımlı ve bağımsız değişkenin ikisininde ölçüm hatası içerdiği ve tüm hataların açıkça yazıldığı model eşitlik 24'te ki gibi olacaktır.

$$Y_t = X_t + u_i \tag{23}$$

$$y_i + e_{iy} = x_i + e_{ix} + u_i \tag{24}$$

4.2. Simülasyon Sonuçları (Results of the Simulation)

Türetilen verilerin ele alınan regresyon teknikleri ile modellenmesi için yapılan simülasyon çalışmasına ait ayrıntılı sonuçlar Tablo 1. ve Tablo 2. sunulmuştur.

Tablo 1. Farklı örneklem hacminde aykırı değer içermeyen veri seti için simülasyon sonuçları.
(Table 1. Simulation results for the data set in different sample sizes without outliers)

	n=10			n=30			n=50		
Reg. Tek.	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	*HKO*	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	*HKO*	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	*HKO*
EKK AO	0,2645	1,1873	1,6075	0,2137	1,1175	1,1973	0,0160	1,1353	1,0811
MA	0,4794	1,5004	3,9960	0,3438	1,5242	1,8558	0,0402	1,6593	1,9161
RMA	0,8161	2,0209	11,9086	0,3017	1,4004	1,5690	0,0254	1,4857	1,5165
DEMING	0,3425	1,4603	2,7805	0,3039	1,5136	1,7052	0,0203	1,6530	1,7248
PAS-BAB	0,2152	1,2404	2,6681	0,1985	1,2683	1,4002	-0,0266	1,3004	1,2570
YORK	0,3405	1,3477	1,9960	0,2997	1,4831	1,6772	-0,0135	1,4394	1,2888

Tablo 1. incelendiğinde, EKK AO tekniğinin diğer tekniklerden daha etkili sonuçlar verdiği söylenebilir. Burada bu tekniğin $\hat{\beta}_0$ değerini gerçek değer olan 0'a diğer tekniklerden daha uzak tahminler yaparken $\hat{\beta}_1$ değerini gerçek değer olan 1'e diğer tekniklerden daha yakın olarak tahmin ettiği ve HKO değerinin de diğer tekniklerdekinden daha küçük olduğu görülmektedir.

Tablo 2. Farklı örneklem hacminde aykırı değer içeren veri seti için simülasyon sonuçları.
(Table 2. Simulation results for the data set in different sample sizes and including outliers)

	n=10			n=30			n=50		
Reg. Tek.	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	*HKO*	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	*HKO*	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	*HKO*
EKK AO	0,0401	0,8389	1,6023	0,1487	1,1145	0,9519	0,0549	1,0895	1,1212
MA	0,0869	1,0556	1,9244	0,1202	1,2061	1,1108	0,0278	1,1693	1,2125
RMA	0,0292	0,9758	2,0531	0,0860	1,2886	1,3509	-0,0060	1,2209	1,3144
DEMING	0,0276	1,0475	1,6603	0,1049	1,2093	1,0963	0,0410	1,1373	1,1955
PAS-BAB	0,2149	1,1053	1,5692	0,1974	1,1988	1,2182	-0,0303	1,1580	1,2023
YORK	-0,0682	1,2794	1,5040	0,0997	1,2701	1,1801	-0,0109	1,1790	1,2556

Tablo 2. incelendiğinde, örneklem hacmi 30'dan az olduğu durum haricinde yine EKK AO tekniğinin diğer tekniklerden daha etkili sonuçlar verdiği görülmektedir. EKK AO tekniği veri setinin aykırı değer içermediği durumda olduğu gibi yine $\hat{\beta}_1$ değerini gerçeğe en yakın tahmin etmiş ve kurulan modelin hatasını minimum olarak belirlemiştir.

Parametre tahminleri bakımından RMA tekniğinin değer tekniklerden daha iyi sonuçlar verdiği de görülmektedir.

5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Regresyon analizinde, bağımsız değişkenin de hata içermesinden dolayı EKK varsayımlarının sağlanamadığı durumlarda Tip II regresyon tekniklerine başvurulmalıdır. Bu çalışmada bir bağımlı, bir bağımsız değişkenin söz konusu olduğu durumda iki değişkenin de hata içerdiği basit doğrusal Tip II regresyon tekniklerinin performansları incelenmiştir.

Simülasyon sonuçlarında, aykırı değer içermeyen veri setleri için örneklem büyüklüğü arttıkça EKK-AO tekniği daha az hata ile en uygun teknik olarak kendisini göstermenin yanı sıra, bu teknik ile yapılan tahminlerde, $\hat{\beta}_1$ değeri de gerçek model parametresinin değeri olan 1 değerine en yakın değere sahiptir.

Veri setinin aykırı değer içermesi durumunda 10 birimlik örneklem için β_0 parametresi, Deming tekniği ile gerçeğe (0 değerine) en yakın tahmin edilirken, B1 parametresi RMA tekniği ile gerçeğe en yakın bir biçimde tahmin edilmiştir. HKO değeri en az olan teknik ise York tekniği olarak belirlenmiştir. Örneklem hacmi arttıkça EKK AO tekniğinin üstünlüğü ön plana çıkmıştır. Bu teknik ile yapılan tahminlerde B1 değeri gerçeğe en yakın değerde tahmin edilirken HKO değerleri ise minimum olarak elde edilmiştir.

Tüm bu sonuçlara bakılarak EKK varsayımlarının sağlanamadığı durumlarda kullanılan Tip II Regresyon tekniklerinden EKK Açıortay tekniğinin, veri setinin aykırı değer içerdiği ve içermediği durumlarda ve farklı örneklem büyüklüklerinde daha etkili sonuçlar verdiği söylenebilir. Bu sonuçlara bağlı olarak EKK Açıortay tekniğinin üstünlüğünün dikkate alınması ve yapılacak diğer çalışmalarda mutlaka göz önünde bulundurulması gerektiği söylenebilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Saraçlı, S., (2008) Ölçüm Hatalı Modellerde Doğrusal Regresyon Tekniklerinin Karşılaştırılması—Monte-Carlo Simülasyon Çalışması—Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi.
2. Parish, R.C., (1989). Comparison of Linear Regression Methods When Both Variables Contain Error: Relation to Clinical Studies, The Annals of Pharmacotherapy, 23, 891-898.
3. Linnet, K., (1990). Estimation of the Linear Relationship between the measurements of two methods with proportional errors, Statistics in Medicine, 9, 1464-1473.
4. Isobe T., Feigelson E.D., Akritas M.G., and Babu G.J., (1990). Linear Regression in Astronomy I. The Astrophysical Journal, 364, 104-113.
5. Triboli, K., (2003). The Grind about Sonicated Chlorophyll (or: Did a Method Change in 1998 Affect EMP Chlorophyll Results?), Contributed Papers, IEP Newslatter, 16(4), 13–24. http://www.iep.ca.gov/report/newsletter/2003fall/IEPNewsletter_fall2003_mar23.pdf. (Erişim Tarihi: 28.12.2007).
6. Linnet, K., (1998). Performance of Deming regression analysis in case of misspecified analytical error ratio in method comparison studies, Clinical Chemistry, 44:5, 1024–1031.
7. Cornbleet, P.J. and Gochman N., (1979). Incorrect Least-squares Regression Coefficients in Method-Comparison Analysis, Clinical Chemistry, 25/3, 432–438.
8. CBStat, (2008). V.5.10, Help Menu, By Kristian Linnet.

9. Magari, R.T., (2002). Statistics for Laboratory Method Comparison Studies, BioPharm, 28-32, http://www.biopharminternational.com/biopharm/article/articleDetail.jsp?id=7276. (Erişim Tarihi: 22.03.2007).
10. Saylor, R.D., Edgerton, E.S., and Hartsell, B.E., (2006). Linear regression techniques for use in the EC tracer method of secondary organic aerosol estimation, Atmospheric Environment 40, 7546 -7556.
11. Passing, H. and Bablok, W., (1983). A new Biometrical Procedure for Testing the Equality of Measurements from two Different Analytical Methods. Application of Linear Regression Procedures for Method Comparison Studies in Clinical Chemistry, Part I, Journal of Clinical Chemistry & Clinical Biochemistry, 21, 709-720.
12. Dixon, W.J., (1950). Analysis of extreme value. Annals Math. Stat., 21, 488-506.